

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ  
им. А.Ю. ИШЛИНСКОГО  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
(ИПМех РАН)**

пр. Вернадского, д.101, к.1, г. Москва, 119526  
Тел. (495) 434-00-17 Факс 8-499-739-95-31  
ОКПО 02699323, ОГРН 1037739426735  
ИНН/КПП 7729138338/772901001

«УТВЕРЖДАЮ»

Врио директора ФГБУН  
«Институт проблем механики  
им. А.Ю. Ишлинского РАН»,  
академик

Черноусько Феликс Леонидович

30.03.2015 № 11504/01-2171.1-206

«30» 03 2015 г.

На № \_\_\_\_\_

## **О Т З Ы В**

ведущей организации о диссертации Красовского Николая Андреевича «Декомпозиционные алгоритмы построения равновесных решений в динамических играх», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

## **Актуальность темы диссертации**

Представленная диссертационная работа выполнена в рамках методов и подходов, разрабатываемых в Уральской математической школе оптимального управления Н.Н. Красовского. Основные результаты получены на основе конструкций экстремальных позиционных стратегий игроков. Качественной особенностью работы является развитие этих конструкций в рамках идеи декомпозиции алгоритмов поиска равновесия. В работе рассмотрены модели аукционов и биматричных игр, для которых предложены строгие решения, и разработаны декомпозиционные алгоритмы поиска равновесия. Все модели иллюстрируются конкретными игровыми ситуациями, возникающими в экономических приложениях. Для этих примеров проведена экономическая калибровка параметров игровых моделей и построены динамические равновесные траектории. Показано, что эти траектории обладают лучшими качественными свойствами, чем решения статических игр.

Современное состояние теории динамической оптимизации характеризуется развитием алгоритмов построения оптимальных равновесных траекторий в задачах гарантированного оптимального управления и дифференциальных играх в связи с востребованностью вычислительных методов в прикладных задачах. Особый интерес к этой тематике имеется в задачах механики, теории управления движением,

инженерных и технических науках, экологии, экономики и финансовой математики. Актуальность темы диссертации подтверждается возрастающим потоком научных публикаций по алгоритмам и вычислительным методам решения задач математической теории управления и дифференциальных игр в Российских и зарубежных изданиях.

### **Оценка содержания диссертации и ее завершенность**

Диссертация состоит из введения, двух глав основного содержания и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 127 страниц, включая 25 рисунков. Список цитируемой литературы включает 222 наименования.

Во введении автор дает краткий обзор результатов и проблем в исследуемой области, выделяет место собственных результатов и на содержательном уровне формулирует основные из них.

В первой главе диссертации рассматривается модельная конструкция, синтезирующая математическую модель некооперативных игр и экономическую модель «торговли» аукционного типа. Предлагается решение, которое сдвигает равновесную ситуацию по Нэшу в игре к точкам, лежащим на паретовском множестве. Такой сдвиг осуществляется в рамках декомпозиционного алгоритма по обмену информацией между участниками. На верхнем уровне конструкции аукционер вырабатывает систему цен для участников аукциона. На нижнем уровне конструкции участники оптимизируют свои функции выигрыша при заданной цене и сообщают свой оптимальный ответ аукционеру. В итерационной процедуре алгоритма участники находят свое равновесное состояние на паретовском множестве. Следует подчеркнуть, что обмен информацией между участником и аукционером производится независимо от других участников аукциона, и это обстоятельство выражается в закрытости информации по индивидуальным ценам. Предложенная конструкция иллюстрируется переговорным процессом по снижению промышленных эмиссий.

Во второй главе рассматривается модель эволюционной игры с ненулевой суммой между двумя группами участников в рамках теории дифференциальных игр. Используются идеи и подходы неантагонистических дифференциальных игр. Рассматриваются конструкции и методы анализа эволюционных игр. Внимание сконцентрировано на построении динамического равновесия по Нэшу с гарантирующими стратегиями игроков, которые максимизируют соответствующие функции выигрыша. Строятся разрешающие траектории, которые дают результат, лучший по сравнению с классическими моделями эволюционных игр, например, моделями с репликаторной динамикой и моделями статических игр.

Результаты обеих глав иллюстрируются конкретными моделями динамических игр с результатами их численного компьютерного моделирования.



## **Теоретическая и практическая ценность**

Теоретические результаты, полученные в диссертации, ориентированы на построение стратегий управления с декомпозиционными свойствами в динамических некооперативных играх. При этом существенно, что декомпозиционные свойства подразумевают независимый выбор управляющих воздействий игроками, с одной стороны, и, с другой стороны, подразумевают учет минимального обмена информацией для сдвига решения от классических равновесий по Нэшу к равновесным решениям с лучшими значениями функционалов выигрыша. Такие декомпозиционные свойства предполагают реалистичное использование предлагаемых стратегий управления в практических моделях экономики и финансовой математики. Особый интерес представляет анализ качественных свойств разработанных равновесных решений. Предлагаемый подход доведен до конкретных алгоритмов построения равновесных траекторий, которые реализованы в комплексах программ и, работа которых продемонстрирована в конкретных приложениях для моделей торговли снижениями эмиссий, моделей инвестиций в ценные бумаги и моделей производственных инвестиций в крупные проекты.

## **Научная новизна**

Основные результаты диссертации являются новыми. Разработаны оригинальные алгоритмы построения равновесных траекторий в динамических играх, которые сдвигают решения от классических равновесий по Нэшу к равновесным решениям с лучшими значениями функционалов. В задачах аукционного типа такой сдвиг осуществляется в направлении паретовского множества. Также показано, что этот сдвиг выделяет равновесные решения на паретовском множестве, которые обладают как кооперативными свойствами точек Парето, так и декомпозиционными свойствами точек Нэша. Для эволюционных игр построены новые равновесные решения на основе гарантированного минимаксного подхода Н.Н. Красовского. Установлено, что предлагаемые равновесные решения обладают лучшими свойствами по значению функционалов, чем классические решения эволюционных и статических игр.

## **Критический анализ диссертации**

1. Во второй главе было бы желательно обсудить вопрос о распространении динамической биматричной игры двух лиц на многомерный случай. При этом интересным вопросом было бы выяснить, как согласуется динамический подход с симплекс-методом, который используется при решении статических игр.

2. В первой главе желательно было бы привести блок-схему и листинг программы, написанной в пакете MATLAB.
3. В формулах во второй строке снизу на стр. 71 и в первой строке сверху на стр. 72 не совпадает количество открытых и закрытых скобок. Надо исправить следующим образом:

$$x_1(T, t) = \max\{0, (1 - \frac{\alpha_2}{C_A} e^{T-t})\} \text{ на } x_1(T, t) = \max\{0, (1 - \frac{\alpha_2}{C_A}) e^{T-t}\},$$

$$y_1(T, t) = \max\{0, (1 - \frac{\alpha_1}{C_A} e^{T-t})\} \text{ на } y_1(T, t) = \max\{0, (1 - \frac{\alpha_1}{C_A}) e^{T-t}\}$$

4. Страница 29, строка 6: правую часть формулы « $p_1(\alpha)|_{\alpha=1} = 2e_1 d_1^2$ » следует заменить на « $e_1 d_1^2$ ».
5. Страница 29, строка 7: к правой части формулы « $p_2(\alpha)|_{\alpha=1} = e_1 d_1 d_2$ » следует добавить « $e_2 d_1^2$ ».
6. Страница 29, строки 19 и 20: текст «Выясним положение парабол относительно друг друга при  $\alpha = 1$ » и формула « $(p_1(\alpha) - p_2(\alpha))|_{\alpha=1} = e_1 d_1^2 - e_1 d_1 d_2 + e_2 d_1^2$ » являются лишними (избыточными). К тому же в этой формуле присутствует опечатка в знаке у последнего слагаемого.
7. Страница 30, строка 15: в выражении для  $a_2$  перед последним слагаемым должен быть знак минус, т.е. « $-e_2 d_1 d_2$ ».
8. Страница 30, строка 18: уравнение « $-e_1 \xi^2 + (e_1 - e_2) \xi + e_1 = 0$ » следует заменить на « $-e_2 \xi^2 + (e_1 - e_2) \xi + e_2 = 0$ ».
9. Страница 36, строка 25: в выражении для « $p_3(\alpha^*)$ » « $x$ » следует заменить на « $\xi$ », « $y$ » следует заменить на « $\eta$ ».
10. Страница 64, строка 18: « $J_A^-$ » следует заменить на « $J_A^+$ ».

## Выводы

Диссертация Н.А. Красовского «Декомпозиционные алгоритмы построения равновесных решений в динамических играх» посвящена актуальным задачам математической теории дифференциальных игр и математического моделирования процессов в экономике.

Диссертационная работа Н.А. Красовского заслуживает высокой оценки. В ней получены как новые фундаментальные результаты теоретических исследований в рассматриваемой области, так и приводятся

эффективные алгоритмы решения этих задач, доведенные до комплекса программ и численного моделирования на ЭВМ.

Автореферат диссертации полностью отражает ее содержание. Диссертация Н.А. Красовского является законченным исследованием, содержащим ряд новых результатов по теории дифференциальных игр и математического моделирования.

Диссертация Красовского Николая Андреевича «Декомпозиционные алгоритмы построения равновесных решений в динамических играх» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

### Рекомендации к внедрению

Результаты работы могут быть рекомендованы к использованию в организациях и научных учреждениях, занимающихся решением задач теории дифференциальных игр и математического моделирования экономических процессов. К числу таких организаций можно отнести ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова», ФГБУН «Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН», Институт математики НАН Украины, ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный университет», ФГБУН «Институт математики и механики имени Н.Н.Красовского УрО РАН».

Отзыв утвержден на Семинаре «Механика систем» имени академика А.Ю. Ишлинского при Научном совете РАН по механике систем под руководством акад. В.Ф. Журавлёва и акад. Д.М. Климова (протокол № 1 от 30 марта 2015 года).

Заведующий лабораторией механики систем  
ФГБУН «Институт проблем механики  
им. А.Ю. Ишлинского РАН»,  
доктор физико-математических наук  
по специальности 01.02.01 – теоретическая механика

Решмин Сергей Александрович

30 марта 2015 г.

Тел.: (495) 434-00-17

E-mail: reshmin@ipmnet.ru

