

ОТЗЫВ

официального оппонента Алексева Геннадия Валентиновича
на диссертационную работу Стародубцевой Юлии Владимировны
«Моделирование прямых и обратных задач стационарной
тепловой конвекции», представленную на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук по специальности
05.13.18 – математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

Большое количество различных процессов, протекающих в природных и техногенных объектах, описываются с помощью моделей тепловой конвекции. Среди них стоит отметить распространение загрязняющих веществ в водоемах и атмосфере, диффузию электрически заряженных примесей в твердом теле, мантийную конвекцию, процесс изготовления стекла в плавильных печах. Рассматриваемые модели содержат ряд параметров, которые необходимо задать для однозначного нахождения решения задачи. Однако, на практике часто возникают ситуации, когда некоторые из параметров неизвестны и их требуется найти вместе с решением. Такие задачи называются обратными. Исследование подобных задач вызывает большие трудности, поскольку обратные задачи, как правило, некорректны. Это существенно осложняет проблему построения устойчивых методов решения обратных задач. Отсюда следует, что тема диссертации является актуальной.

Диссертационная работа Ю.В. Стародубцевой посвящена теоретическому и численному исследованию прямых и обратных граничных задач для двух моделей стационарной тепловой конвекции.

Текст диссертационной работы изложен на 150 страницах машинописного текста и состоит из списка основных обозначений, введения, трёх глав, заключения и списка литературы из 107 наименований, содержит 183 рисунка и 24 таблицы.

Во *введении* обоснована актуальность работы, сформулированы цели, отмечены научная новизна, теоретическая и практическая ценность работы.

В *первой главе* ставятся и исследуются прямые и обратные граничные задачи для линейной стационарной модели реакции-конвекции-диффузии. Математическая постановка прямой задачи приводит к смешанной краевой задаче для эллиптического уравнения второго порядка. Её особенность состоит в неоднородности и нерегулярности смешанных граничных данных. Задача может не иметь ни классического, ни обобщенного решения из пространства Соболева первого порядка. Для прямой задачи вводится понятие слабого решения, доказываемое его существование и единственность. Показана корректность прямой задачи.

Математическая постановка обратной граничной задачи приводит к обобщенной задаче Коши для эллиптического уравнения второго порядка. Доказано, что обратная задача является некорректной, она неустойчива по граничным данным. Для ее решения разработаны регуляризирующие методы и алгоритмы. Подробно описаны вариационный метод, метод квазиобращения, модификации методов Ньютона – Канторовича, Ландвебера и Левенберга – Марквардта. Приведены результаты вычислительных экспериментов для граничных режимов различной степени гладкости.

Во *второй главе* рассматривается стационарная модель тепловой конвекции высоковязкой жидкости. Сформулированы прямая и обратная граничные задачи. Математическая постановка прямой задачи приводит к смешанной краевой задаче для системы эллиптических уравнений второго порядка. Её особенность состоит в неоднородности и нерегулярности смешанных граничных данных. Математическая постановка обратной граничной задачи приводит к обобщенной задаче Коши для системы эллиптических уравнений второго порядка. Особенность обратной задачи состоит в ее некорректности. Разработаны методы решения обратной граничной задачи. Подробно описаны модификации методов Ньютона – Канторовича, Ландвебера и Левенберга – Марквардта. Проведены

вычислительные эксперименты для граничных режимов различной степени гладкости. Представлены результаты численного моделирования.

Третья глава посвящена описанию программных комплексов, реализующих численные методы решения обратных граничных задач, рассмотренных в главах 1 и 2, в прямоугольных областях. Изложены алгоритмы решения соответствующих прямых задач, необходимых для реализации предложенных в главах 1 и 2 методов. Программные комплексы ориентированы на применение в различных операционных системах.

В *заключении* сформулированы основные результаты диссертации, дана сравнительная характеристика методов, отмечены возможные направления дальнейшего развития темы.

В диссертации получены следующие *основные результаты*.

1. Доказано существование и единственность слабого решения прямой задачи для линейной стационарной модели реакции-конвекции-диффузии. Показана корректность прямой и некорректность обратной задач.
2. Предложены методы и алгоритмы решения обратной граничной задачи для стационарной модели реакции-конвекции-диффузии (вариационный метод, метод квазиобращения, модификации методов Ньютона – Канторовича, Ландвебера и Левенберга – Марквардта).
3. Предложены методы и алгоритмы решения обратной граничной задачи для стационарной модели тепловой конвекции высоковязкой жидкости (модификации методов Ньютона – Канторовича, Ландвебера и Левенберга – Марквардта).
4. Реализованы и включены в соответствующие программные комплексы алгоритмы численного решения обратных граничных задач для стационарной модели реакции-конвекции-диффузии и стационарной модели тепловой конвекции высоковязкой жидкости в прямоугольной области. Для разработанных комплексов получены свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ в Роспатенте.

Основные результаты, представленные в диссертации, являются

новыми и вносят существенный вклад в теорию некорректных и обратных задач. Содержание публикаций соответствует материалам диссертации. Все результаты диссертации хорошо изложены и снабжены, где это необходимо, достаточно подробными доказательствами. Автореферат полно и точно отражает основные результаты диссертации.

Основные результаты диссертации опубликованы в 20 работах, из них 5 работ опубликовано в российских рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК. Также имеется 2 свидетельства государственной регистрации программ для ЭВМ в Роспатенте.

Работа не лишена и некоторых недостатков. Отметим среди них следующие:

Стр. 39. Формулу $\omega_i \in L_2(\Gamma_1)$ следует заменить на $\omega_i \in L_2(\Gamma_2)$.

Стр. 41-43. Не совсем аккуратно проведены выкладки при выводе формулы для градиента функционала $J(\xi)$, определенного формулой (1.5.4).

Стр. 93. Не аккуратно написана правая часть (2.3.7) – пропущены скобки, обозначающие скалярное произведение.

Стр. 94. Фразу «где T – решение краевой задачи ...» следует заменить на: «где T – компонента слабого решения (u, T) краевой задачи ...».

Отсутствует вывод формул для $[A'(\xi)]_{\alpha}^{-1}$ на стр. 61 и 98.

Работа содержит некоторое количество грамматических опечаток, в частности, на стр. 6,7,27,33,39,41,54,55,60,94,95,146.

Приведем также некоторые пожелания и вопросы к диссертации.

1. В главах 1 и 2 приведены результаты вычислительных экспериментов по решению обратных задач, в которых предполагалось, что входные данные известны точно. Что можно сказать о работе предложенных методов регуляризации с зашумленными данными?

2. В параграфах 1.7–1.9, 2.5–2.7 предложены некоторые модификации методов Ньютона – Канторовича, Ландвебера и Левенберга – Марквардта. В чем преимущество этих методов перед классическими? Проводились ли эксперименты для немодифицированных методов?

Эти замечания не снижают общей положительной оценки работы.

Диссертационная работа представляет собой завершённую научно-исследовательскую работу на актуальную тему. Тема и содержание диссертации соответствует паспорту специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Считаю, что диссертация удовлетворяет требованиям п. 9 «Положения о присуждении учёных степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям, а автор работы Стародубцева Юлия Владимировна заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент:

заведующий лабораторией вычислительной
аэрогидродинамики, доктор
физико-математических наук,
профессор

Алексеев Геннадий Валентинович

«27» октября 2014 г.

Адрес организации: 690041, г. Владивосток, ул. Радио, 7, ФГБУН Институт прикладной математики Дальневосточного отделения Российской академии наук, лаборатория вычислительной аэрогидродинамики.

Тел. +7(423)-2311397, e-mail: alekseev@iam.dvo.ru

Подпись Алексева Геннадия Валентиновича

заверяю:

