Отзыв официального оппонента

на диссертацию Кошкина Евгения Вячеславовича «Стабилизация периодических систем дифференциальных уравнений с кусочно-постоянными аргументами», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Дифференциальные уравнения с кусочно-постоянными аргументами обладают свойствами непрерывных и дискретных динамических систем. Дифференциальными уравнениями с кусочно-постоянными аргументами являются уравнения, описывающие работу систем с амплитудно-импульсным, широтно- и частотно-импульсным управлением. Систематическое изучение этого класса уравнений начинается с работ K.L. Cooke. В последние годы появилось большое количество научных работ по популяционной динамике, математические модели в которых описываются дифференциальными уравнениями с кусочно-постоянными аргументами (F. Qinxiang, Y. Rong, K. Golpalsamy, R.M. May, S. Yuafu, D. Binxiang, W. Li, Z. C. Yi, X. Yonghui, M. Yoshiaki). Важным их свойством является конечномерность их пространств решений. С этим связан прогресс в развитии качественной теории этих уравнений (M.U. Akmet, C. Buyukadli, A. Cabada, J.B. Ferreiro, K.L. Cooke, K. Golpalsamy, I. Gyori, J. Turi, G. Turner, J. Wiener, G. Seifert, P. Liu, Wang Li, Zhang Chuan Yi, A. Alonso, J. Hong, R.M. May, J. Rojo, S. George, Y. Rong, M. Yoshiaki). До настоящего времени активно изучались вопросы существования и устойчивости периодических решений. Задача стабилизации решений не ставилась. Она стала предметом исследования в диссертационной работе Е.В. Кошкина. Позиционирование дифференциальных уравнений с кусочно-постоянными аргументами как специальных дифференциальных уравнений с переменными периодическими запаздываниями позволило Е.В. Кошкину поставить задачу расширения этого класса уравнений с сохранением свойства конечномерности пространств решений. Построенное расширение принадлежит классу функционально-дифференциальных уравнений. В диссертационной работе показано, что произвольную периодическую линейную систему функционально-дифференциальных уравнений можно аппроксимировать с любой точностью системой из этого расширения.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и списка литературы.

Во введении дается постановка задачи, обосновывается актуальность темы диссертации, характеризуются методы исследования и научная новизна полученных результатов, а также приведено краткое изложение результатов автора.

В первых параграфах первой главы рассматривается задача оптимальной стабилизации для периодической линейной системы дифференциальных уравнений с кусочно-постоянными аргументами и интегральным квадратичным критерием качества. Множество допустимых управлений состоит из кусочно-постоянных функций с точками разрыва в целых числах, значения которых зависят от состояний динамической системы. Поставленная задача заменяется задачей оптимальной стабилизации для автономной линейной системы разностных уравнений с дискретным временем и дискретным квадратичным критерием качества. Коэффициенты дискретной задачи оптимальной стабилизации выражаются через коэффициенты исходной непрерывной задачи. Для полученной дискретной задачи теория оптимальной стабилизации в настоящее время разработана и в диссертации используются ее результаты. Выписываются достаточные условия существования оптимального управления дискретной системы, которые также являются достаточными условиями существования оптимального управления непрерывной системы с выбранным множеством допустимых управлений. Используется представление оптимального стабилизирующего управления дискретной задачи. В результате находится представление оптимального стабилизирующего управления непрерывной задачи в форме периодической кусочно-постоянной функции. В этом представлении значения управления зависят только от состояний системы в моменты времени, определяемые целыми числами, предшествующими текущему моменту времени. Коэффициенты усиления в оптимальном управлении определяются через положительно определенное решение нелинейного матричного дискретного уравнения Риккати. В диссертации Е.В. Кошкина предлагаются численные методы решения дискретного уравнения Риккати. В разделе 1.2.2. параграфа 1.2 рассмотрен специальный численный метод решения этого уравнения, предложенный в работе A.J. Laub и основанный на процедуре QR-разложения матрицы. Этот метод использует унитарные преобразования матрицы к верхней форме Шура. При большой размерности дискретной системы этот подход требует большого объема вычислений. Матричные коэффициенты дискретного уравнения Риккати имеют специальную структуру. Она появляется при замене исходной непрерывной задачи дискретной. В разделе 1.2.1 параграфа 1.2 учет этой структуры позволяет заменить дискретное уравнение Риккати нелинейным матричным алгебраическим уравнением меньшей размерности. Для нахождения решения последнего уравнения используется универсальный метод Ньютона. При использовании метода Ньютона возникает проблема с выбором начального приближения. Метод продолжения по параметру позволяет описать процедуру, в которой начальное приближение известно. Он использовался при решении различных задач управления (Аввакумов С.Н., Киселев Ю.Н, Н.Н. Красовский, Лидский Э.А.). В диссертации модификация этого метода используется для нахождения оптимального стабилизирующего управления периодической линейной системы дифференциальных уравнений с кусочно-постоянными аргументами. В этом методе исходная дискретная задача оптимальной стабилизации заменяется однопараметрическим семейством дискретных задач стабилизации. При значении параметра μ=0 решение вспомогательной задачи оптимальной стабилизации находится аналитически. При значении параметра μ=1 вспомогательная задача совпадает с исходной дискретной задачей. Решение вспомогательной задачи с параметром осуществляется вторым методом Ляпунова для разностных уравнений с дискретным временем. Для матричного коэффициента квадратичной формы получено нелинейное матричное алгебраическое уравнение, коэффициенты которого зависят от параметра μ. При μ=0 решение нелинейного уравнения находится аналитически. Задавая для параметра μ разбиение отрезка [0,1], получим конечный набор нелинейных уравнений, для нахождения решений которых можно использовать метод Ньютона. В рассматриваемой методике в качестве начального приближения на первом шаге выбирается известное решение нелинейного уравнения при μ=0. Найденное решение нелинейного уравнения на первом шаге выбирается в качестве начального приближения на втором шаге. Затем указанная процедура повторяется. Е.В. Кошкин использует прием Д.Ф. Давиденко, который позволяет проблему нахождения решения нелинейного матричного алгебраического уравнения с параметром сводить к задаче Коши для матричного обыкновенного дифференциального уравнения с известным начальным условием. При нахождении решения задачи Коши используется метод Рунге-Кутты 4-го порядка. Рассмотрен также вариант, упрощающий предложенную численную процедуру. Для случая скалярного управления в параграфе 1.4 предложена более эффективная процедура построения оптимального стабилизирующего управления, связанная с алгебраической операцией факторизации характеристического уравнения. В параграфе 1.5 предложена постановка задачи оптимальной стабилизации для периодической нелинейной системы дифференциальных уравнений с кусочно-постоянными аргументами общего вида и интегрального критерия качества общего вида. Единственное существенное ограничение состоит в требовании аналитичности правых частей нелинейной системы дифференциальных уравнений с кусочно-постоянными аргументами и подынтегральной функции в критерии качества. Это требование позволяет использовать степенные ряды при нахождении стабилизирующего управления. Задачи стабилизации для нелинейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений изучались в работах Э.Г. Альбрехта, Е.А. Гальперина, Н.Н. Красовского, для систем разностных уравнений --- в работах Ю.Н. Седова, для систем с постоянным запаздыванием в работе Zhang Yuanliang и Chong Kil To. В диссертации Е.В. Кошкина обосновано сведение задачи оптимальной стабилизации периодической нелинейной системы дифференциальных уравнений с кусочно-постоянными аргументами к задаче оптимальной стабилизации автономной нелинейной системы разностных уравнений с дискретным временем. При решении дискретной задачи используется метод функций Ляпунова и принцип динамического программирования Беллмана. Решение определяющей системы уравнений для функции Ляпунова и оптимального стабилизирующего управления ищется в форме асимптотических рядов. Получены формулы, определяющие коэффициенты этих рядов. Эти результаты используются в параграфе 1.6 при решении задач регулирования численности популяций. В настоящее время эти задачи мало исследованы. Вопросы оптимизации процесса охоты в модели Хатчинсона рассматривались ранее в работах С.А. Кащенко. В диссертации исследованы две управляемые модели, описываемые уравнением Хатчинсона с кусочно-постоянными запаздываниями, а также управляемая модель «хищник-жертва». Для рассматриваемых уравнений Хатчинсона и модели «хищник-жертва» ранее изучались вопросы существования периодических решений (K. Golpalsamy, R.M. May). Проблема стабилизации не рассматривалась. В диссертационной работе исследуется задача стабилизации положений равновесия. В первой модели Хатчинсона и модели «хищник-жертва» управление связано с антропогенной деятельностью. Во второй модели Хатчинсона управление регулирует скорость роста численности популяции. Для рассматриваемых популяционных задач стабилизации найдены эквивалентные дискретные задачи стабилизации. Для управляемых моделей Хатчинсона получены асимптотические формулы для стабилизирующих управлений. Для каждой управляемой модели приведены результаты численных экспериментов. Отсутствует анализ влияния параметров математических моделей на стабилизацию популяционных моделей.

Во второй главе предлагается расширение систем дифференциальных уравнений с кусочно-постоянными аргументами. При расширении сохраняется свойство конечномерности пространства решений. Впервые такие расширения были построены в работах Ю.Ф. Долгого и В.С. Тарасяна. В диссертации Е.В. Кошкина получено общее представление конечномерного вольтеррова по Тихонову оператора, которое положено в основу построения расширения систем дифференциальных уравнений с кусочно-постоянными аргументами. В этой главе вводится также расширение множества допустимых управлений. Оно задается разбиением полуинтервала $(0,\omega]$ и состоит из ω-периодических кусочно-постоянных функций, точки разрыва которых принадлежат множеству точек разбиения полуинтервала $(0,\omega]$. Установлена эквивалентность задачи оптимальной стабилизации аналогичной задаче для автономной линейной системы разностных уравнений с дискретным временем. Описаны представления оптимальных стабилизирующих управлений. Они усложняются, так как появляется зависимость управлений от значений состояний системы на множествах положительной меры, а не только в дискретных моментах времени.

Третья глава посвящена развитию аппроксимационного подхода в теории оптимальной стабилизации периодических линейных систем дифференциальных уравнений с последействием общего вида. В работах Н.Н. Красовского, Ю.С. Осипова, Е.М. Маркушина, С.Н. Шиманова, M.C. Delfour, J.S. Gibson по теории оптимальной стабилизации периодических линейных систем дифференциальных уравнений с последействием конечномерные аппроксимационные системы моделировались обыкновенными дифференциальными уравнениями. В работе Е.В. Кошкина предлагаются новые конечномерные аппроксимационные системы, моделируемые функционально-дифференциальными уравнениями, введенными в предыдущей главе. Задается разбиение полуинтервала $(0,\omega]$ и вводятся специальные представления конечномерных вольтерровых по Тихонову операторов, предназначенные для приближений правых частей периодических линейных дифференциальных уравнений с последействием общего вида. Рассматриваются три класса аппроксимирующих операторов: дискретный, усредняющий и определяемый абстрактными рядами Фурье. Найдены условия сильной сходимости аппроксимирующих операторов. Для аппроксимирующих систем построены эквивалентные дискретные задачи оптимальной стабилизации. Найдены представления аппроксимирующих управлений.

Для рассмотренных в первых трех главах методов стабилизации периодических систем дифференциальных уравнений с последействием предложены численные алгоритмы, реализованные в форме компьютерных программ. Они объединены в программный комплекс PCAStab для Wolfram Mathematica 8, структура которого подробно описана в четвертой главе. Работа всех программ иллюстрируется тестовыми примерами. На этих примерах осуществляется сравнение возможностей каждого алгоритма. Разработанный программный комплекс позволяет решать задачи стабилизации для математических моделей, используемых в различных областях человеческой деятельности.

Основные научные результаты диссертации: обосновано сведение задач оптимальной стабилизации периодических систем с кусочно-постоянными аргументами и их расширений к задачам оптимальной стабилизации автономных систем разностных уравнений с дискретным временем; предложены и обоснованы численные процедуры нахождения оптимального стабилизирующего управления; предложены и обоснованы конечномерные аппроксимации для периодической линейной системы дифференциальных уравнений с последействием общего вида; разработан комплекс программных средств, в котором реализованы предложенные в работе численные методы и алгоритмы. Результаты диссертации могут быть использованы в задачах стабилизации математических моделей экономических систем, математических моделей популяционной динамики, а также систем автоматического регулирования.

Достоверность теоретических выводов вытекает из строгих, логически и математически обоснованных доказательств.

Имеются следующие замечания.

1. В нескольких теоремах работы (Теорема 1.1 диссертации, она же Теорема 1 автореферата, и других) говорится об эквивалентности задач стабилизации дифференциальных и разностных уравнений. Между тем направленность текстов и доказательств является односторонней – от дифференциальных уравнений к разностным, что естественно. Правильно было бы отразить это в текстах теорем.
2. Второе замечание связано с первым. О достаточных условиях существования и единственности оптимального управления для разностной системы автор упомянул в главе 1. А вот достаточные условия существования решения соответствующей непрерывной задачи, по-видимому, придется проверять только после перевода ее в дискретную. Хорошо бы иметь независимые об этом соображения. Понятно, что это очень непростая задача. Но можно было бы констатировать наличие этой проблемы.
3. При общей аккуратности диссертации досадна опечатка в тексте Теоремы 1 автореферата и соответствующих Теорем 0.2, 1.2 диссертации: в формуле (6) автореферата и соответствующих формулах диссертации следует заменить переменную k на j.
4. Не помешала бы более дробная рубрикация текста диссертации.

Эти замечания не уменьшают общей значимости научных результатов, полученных в диссертации.

Диссертация является законченным научным исследованием, отражающим достижения автора в области стабилизации динамических систем с последействием. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации, а её основные результаты являются новыми и с надлежащей полнотой опубликованными. Содержание диссертации соответствует специальности, по которой она рекомендуется к защите.

Диссертация Кошкина Евгения Вячеславовича соответствует требованиям п. 9 Положения о присуждении ученых степеней, удовлетворяет требованиям ВАК к диссертациям, представленным на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Автор диссертации Кошкин Евгений Вячеславович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент: Кипнис Михаил Мордкович, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.11 - Системный анализ и автоматическое управление, профессор, профессор кафедры математики и методики обучения математике Челябинского государственного педагогического университета, 454080, Россия, г. Челябинск, пр. Ленина, 69.
454080, Россия, г. Челябинск, пр. Ленина, 69, тел. +7 (351) 2165666, эл. почта mmkipnis@gmail.com

Доктор физ.-мат. наук,
профессор Кипнис М.М.

08.06.2015

ПОДПИСЬ ЗАВЕРЯЮ:
вед СПЕЦИАЛИСТ ОК
Стеценко