

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого
Президента России Б.Н. Ельцина»

На правах рукописи

МАКСИМЕНКО ДМИТРИЙ МИХАЙЛОВИЧ

**Оценивание состояния энергосистем и ввод режима в
допустимую область оптимизационным методом внутренней
точки**

05.14.02 – Электрические станции и электроэнергетические системы

Диссертация на соискание ученой степени кандидата
технических наук

Научный руководитель –
доктор технических наук, доцент
Ерохин Петр Михайлович

Екатеринбург – 2017

Оглавление

Введение.....	4
<i>Глава 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ</i>	13
1.1 Общее понятие оптимизации	13
1.2 Методы оптимизации.....	16
1.3 Комплексная оптимизация	19
1.4 Математическая постановка.....	23
1.5 Метод Ньютона для решения задачи комплексной оптимизации	24
1.6 Мягкие ограничения	26
1.7 Жесткие ограничения.....	27
1.8 Выводы.....	28
<i>Глава 2 АДАПТАЦИЯ МЕТОДА ВНУТРЕННЕЙ ТОЧКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ</i>	30
2.1 Метод внутренней точки	30
2.2 Модификация МВТ для улучшения сходимости	35
2.3 Функциональные ограничения	37
2.4 Разделение переменных на физические и элементарные.....	38
2.5 Пример формирования целевой функции.....	43
2.6 Адаптация МВТ для задач оптимизации	45
2.7 Метод Ньютона в задаче расчета установившихся режимов.....	52
2.8 Аспекты реализации алгоритма.....	53
2.9 Выводы.....	54
<i>Глава 3 ВРДО КАК ЗАДАЧА УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ</i>	56
3.1 Понятие задачи ВРДО	56
3.2 Общие теримны и определения	59
3.3 Оптимизация по активной мощности.....	60
3.4 Ограничения в виде равенств	63
3.4.1 Балансовые ограничения по узлам	64
3.4.2 Режимные ограничения	68
3.4.3 Мягкие ограничения	70
3.5 Ограничения в виде неравенств.....	73
3.6 Моделирование сечений	75
3.7 Практическая реализация	79
3.7.1 Схема работы ПО ВРДО.....	80
3.7.2 Расчетный модуль	83
3.7.3 Ограничения целевой функции ВРДО	86

3.7.4. Итоговая схема реализации программы.....	89
3.8 Выводы.....	93
<i>Глава 4 МЕТОД ВНУТРЕННЕЙ ТОЧКИ В ЗАДАЧЕ ОЦЕНИВАНИЯ СОСТОЯНИЯ</i>	94
4.1 Общая постановка задачи ОС	94
4.2 Оценивание состояния на базе адаптированного алгоритма МВТ	100
4.2.1 Ошибочное измерение в квадратичной модели ОС.....	107
4.2.2 Ошибочное измерение в линейной модели ОС.....	109
4.2.3 Комбинированная модель измерения.....	111
4.2.4 Модель измерения с зоной нечувствительности.....	112
4.2.5 Неквадратичная (совмещенная) модель измерения.....	114
4.2.6 Моделирование тангенса нагрузки.....	116
4.2.7 Моделирование токовых измерений	118
4.3 Идентификация грубых ошибок ТИ и ТС при подготовке больших схем для ОС.....	120
4.3.1 Статический фильтр.....	120
4.3.2 Динамический фильтр	123
4.4 Практические результаты расчетов ОС	127
4.4.1. ОС на модели ЭЭС используемой в задаче ЦСПА	129
4.4.2. ОС на модели ЭЭС, используемой в задаче системы мониторинга запасов устойчивости	137
4.5 Выводы.....	140
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	142
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СОКРАЩЕНИЙ	144
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	146
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 Пример решения задачи минимизации с ограничением вида неравенство методами внешней и внутренней точки.....	157
ПРИЛОЖЕНИЕ 2 Акт готовности ПО ВРДО к вводу в промышленную эксплуатацию	166
ПРИЛОЖЕНИЕ 3 Параметры схемы замещения сети тестируемой модели ОС.....	169

Введение

Актуальность темы исследования. В управлении режимами работы электроэнергетической системы (ЭЭС) широко используются методы оптимизации, основанные на теории нелинейного программирования. Такие методы лежат в основе решения ключевых задач электроэнергетики – ввода режима в допустимую область (ВРДО) и оценивания состояния (ОС) энергосистем.

Значительный вклад в разработку теории и практики задач диспетчерского управления внесли Арзамасцев Д.А., Бартоломей П.И., Веников В.А., Гамм А.З., Горнштейн В.М., Идельчик В.И., Колосок И.Н., Неуймин В.Г., Паздерин А.В., Совалов С.А., Stott В., Alsac О., Wollenberg В. и другие.

Развитие энергосистем приводит к увеличению сложности рассматриваемых задач, и их решение может не всегда удовлетворять требованиям эксплуатации. Развитие и алгоритмизация методов оптимизации при создании ПО, предназначенного для решения электроэнергетических задач диспетчерского управления энергосистемой, направлены на повышение качества и скорости их решения. Теория и практика управления ЭЭС тесно связаны с потребностями неизбежного изменения моделей ЭЭС и развития методов обработки её моделей:

Изменяются сложность и масштабы ЭЭС, ее структура и элементы.

Изменяются модели и методы технико-экономического и правового управления развитием и режимами ЭЭС.

Развивается теория нелинейного программирования.

Интенсивно изменяются принципы и приёмы алгоритмизации и программирования математических методов.

Практика управления ЭЭС требует либо регулярной модернизации существующих инструментов, реализованных в виде программно-вычислительных комплексов (ПВК), либо внедрения новых ПВК, отвечающих современным требованиям эксплуатации. Далеко не все используемые ПВК в силу разных причин регулярно обновляются. Разработка новых инструментов должна начинаться с выбора наиболее современных математических теорий и методов.

В работе исследуется теоретическая и практическая эффективность применения *метода внутренней точки (МВТ) для решения задач ввода режима*

в допустимую область и оценивания состояния энергосистем с целью удовлетворения современных требований к эксплуатационным режимам ЭЭС.

В общем случае решение задачи ОС отвечает на вопрос: “Каков текущий установившийся режим?”, а задачи ВРДО – на вопрос: “Что лучше всего сделать, чтобы режим стал каким нужно?”.

ОС является одной из главных задач оперативного диспетчерского управления энергосистемой. Формируемая в результате ее решения модель установившегося режима создает основу для выполнения других расчетов, в том числе и ВРДО. Наиболее часто модель режима используется для проведения имитационных расчетов, связанных с проверкой различных прогнозируемых ситуаций, для оптимизации режимов, контроля надежности и устойчивости системы. Математическая модель электроэнергетической системы предусматривает множество ограничений на используемые переменные, которые продиктованы как физическими ограничениями применяемого оборудования и элементов сети, так и технологическими особенностями эксплуатации электрических сетей, не допускающими нарушений надежности и устойчивости в установившихся режимах. Для обеспечения возможности существования режима предлагается использовать механизм ВРДО. Под допустимой областью понимается множество всех режимов, которые удовлетворяют всей совокупности режимных ограничений. В задачах оптимизации для получения решения в виде установившегося режима (УР) в качестве ограничений выступают балансовые ограничения по узлам и технологические режимные ограничения, продиктованные требованиями эксплуатации электрических режимов.

Постановка обеих задач выполняется в виде классической нелинейной задачи минимизации целевой функции (ЦФ) с наличием ограничений. По виду реакции целевой функции разделяются и методы решения. Методы, в которых рост целевой функции начинается уже по факту нарушения ограничения, относятся к категории методов внешней точки. Методы, в которых целевая функция начинает асимптотично возрастать при приближении к любой из границ, называются методами внутренней точки (МВТ). Наличие режимных ограничений в форме неравенства обуславливает выбор МВТ в качестве основного метода решения, так как он позволяет легко учитывать такие ограничения. Основным достоинством

метода является быстрая сходимость даже при наличии большого числа ограничений типа неравенство.

Учет ограничений может приводить к необходимости изменять доступные для регулирования параметры режима, меняя исходные значения, которые обычно оптимальны с точки зрения безусловной оптимизации. Такие отклонения называются управляющими воздействиями (УВ), в общем случае для изменения исходного режима с целью учета ограничений можно применить бесконечное множество возможных управляющих воздействий. Для выбора наиболее подходящих из них необходимо определить критерий оптимальности (далее такие УВ будут называться оптимальными). В роли такого критерия может выступать сумма модулей или квадратов модулей отклонений регулируемых параметров от своих исходных значений. Каждое УВ изменяет целевую функцию с учетом своей условной цены. Решение задачи ВРДО обеспечивает выработку оптимальных управляющих воздействий для получения допустимого режима, что соответствует минимизации условной стоимости управляющих воздействий, где критерий минимума определяется суммой функций отклонений регулируемых параметров. Использование минимума суммы взвешенных наименьших квадратов отклонений значений управляемых параметров в качестве целевой функции является наиболее распространенной постановкой задачи оптимизации, для решения которой используется метод взвешенных наименьших квадратов (МВНК). В задачах электроэнергетики этот метод получил наибольшее распространение при решении задачи ОС.

Тем не менее, такие «классические» способы формирования ЦФ и её минимизации не могут в полной мере учесть специфику энергосистем. Для задачи ВРДО – это требование учета дискретности доступных УВ, обычно реализуемых в виде заданного ограничения нагрузки (ОН) или ограничения генерации (ОГ). Для задачи ОС – это, главным образом, необходимость выявления и подавления влияния ошибочных измерений на ЦФ, а также возможность использования некоторых априорных знаний об энергосистеме в вычислительном процессе ОС. Например, при отсутствии измерения нагрузки в качестве его аналога может выступать заранее известная доверительная область, нахождение в которой не приводит к изменению ЦФ. В отличие от классического подхода рост ЦФ

начинается только при выходе за границы доверительной области, а не при отклонении от заданного значения. Появление высокоточных Phasor measurement unit (PMU) измерений диктует необходимость точного удержания оцениваемого параметра на измеренном значении, сохраняя возможность его отклонения в процессе решения при возможных сбоях для обеспечения надежности расчета ОС. Возможность использования механизма дискретного управления в задачах ОС также потенциально позволяет проводить оценку топологии сети, что и сейчас является одной из актуальнейших задач в этой сфере.

В работе предлагаются критерии формирования ЦФ и её ограничений, позволяющие учесть обозначенные свойства ЭЭС, проявляющиеся в рассматриваемых задачах. Ключевой особенностью предлагаемой методики формирования и решения задачи минимизации является разбиение функции стоимости отклонения параметра на интервалы, на каждом из которых функция может иметь свой вид (линейный, квадратичный, комбинированный) с заранее заданным весовым коэффициентом для каждого участка. Такой подход позволяет использовать различные модели, соответствующие требованиям эксплуатации реальных объектов ЭЭС, в рамках единого процесса расчета с целью повышения качества решения.

Степень разработанности темы исследования. Задачи ВРДО и ОС не являются новыми в сфере управления и оптимизации режимов работы ЭЭС и глубоко проработаны с точки зрения применения классических методов решения основанных на использовании внешних штрафных функций и квадратичных критериев изменения ЦФ. Тем не менее, такие подходы обладают рядом представленных ранее недостатков, преодолеть которые возможно за счет применения кусочно-заданных видов ЦФ и использования МВТ. Исследование таких неквадратичных критериев ЦФ для задачи ОС отражено в работах М.В. Хохлова. Применение МВТ получило широкое развитие за рубежом для решения задач условной оптимизации, но крайне слабо представлено в отечественной научной школе. В связи с этим возникает необходимость развития теории и практики применения МВТ в задачах ВРДО и ОС.

Цель исследования – развитие теории и практики ввода режима в допустимую область и оценивания состояния энергосистем с применением метода внутренней точки.

Для этого поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Анализ и систематизация существующих методов оптимизации. Выявление их возможностей, преимуществ и основных недостатков. Формирование математической постановки задачи.
2. Анализ возможностей применения МВТ для класса оптимизационных задач с наличием ограничений. Разработка математической модели для формирования поставленных оптимизационных задач с учетом необходимости использования их специфики. Разработка унифицированного алгоритма решения.
3. Формулировка условий постановки задачи ВРДО в зависимости от необходимости минимизации потерь, учета технологических нарушений, минимизации отклонений параметров от заданных значений. Разработка моделей дискретного регулирования источников активной мощности для учета УВ в виде ОГ и ОН.
4. Разработка моделей измерений, позволяющих задавать зоны достоверности оцениваемого параметра, удерживать его на заданном уровне для учета «точных» измерений и использовать неквадратичные критерии в задаче ОС.
5. Выбор наиболее эффективных априорных фильтров грубых ошибок измерений, подходящих для первичной отбраковки «плохих» данных.
6. Реализация в программном виде разработанной методики формирования и решения задач ВРДО и ОС для применения в промышленном программном комплексе.

Предметом исследования являются способы и методы ВРДО и ОС режимов электроэнергетических систем. **Объектом исследования** являются математические модели электроэнергетических систем.

Научная новизна и положения, выносимые на защиту.

1. Предложен новый подход применения МВТ для моделирования ограниченных кусочно-квадратичных функций на основе представления физических переменных суммой элементарных, который даёт возможность разработать универсальный инструмент минимизации комбинированных видов ЦФ, реализовать учет технологических ограничений и специфики

электроэнергетических задач за счет широких возможностей настройки вида конечной суммарной ЦФ.

2. На основе представленного подхода разработаны алгоритм решения комплексной задачи ВРДО, а также способ учета дискретности использования доступных для управления энергосистемой УВ вида ОГ и ОН в общем алгоритме решения задачи ВРДО за счет комбинирования линейных и квадратичных моделей, используемых в задаче минимизации, взамен округления полученных результатов и проведения дополнительных расчетов.
3. Для задачи ОС разработаны специальные модели измерений физических величин, позволяющие точно удерживать оцениваемые параметры в заданных пределах изменения значения соответствующего множителя Лагранжа, что делает возможным учёт новых, высокоточных видов синхронизированных векторных измерений.
4. Представлен новый способ проведения ОС по неквадратичным критериям для подавления влияния ошибок измерений на суммарную ЦФ, автоматически реализующий выпуклый, неразрывный вид ЦФ с получением неубывающего вида частных производных по всем переменным, что гарантирует унимодальность исходной задачи.

Теоретическая значимость работы заключается в возможности универсального учета любых ограничений в виде неравенств при решении оптимизационных задач диспетчерского управления. В частности, представлено решение задач ВРДО и ОС. Для задачи ОС разработаны различные модели измерений параметров электрического режима, что позволяет учитывать их специфику и обеспечивает гибкую настройку функции ОС. **Практическая значимость заключается** в реализации представленной методики в составе ПК «RastrWin3». Разработанная методика адаптации метода внутренней точки для решения оптимизационных задач диспетчерского управления легла в основу расчетного ядра оптимизации специализированного «ПО ВРДО», прошедшего опытную эксплуатацию во всех филиалах СО. Акт о готовности к вводу в промышленную эксплуатацию (П.2) подтверждает надежность полученных результатов, и дает основание для широкого применения МВТ в задачах

оптимизации. Адаптированный алгоритм с использованием МВТ реализован в ПК «RastrWin3» для выполнения функции оценивания состояния, что существенно расширяет вычислительные возможности комплекса [64,65]. Дополнительно для настройки и выверки схемы по телеметрии в задаче ОС разработаны и реализованы методы фильтрации грубых ошибок телеизмерений и их привязок к модели сети. ПК «RastrWin3» используется в качестве основного инструмента по расчету и оптимизации режимов более чем в 260 организациях на территории Российской Федерации, Казахстана, Киргизии, Белоруссии, Молдовы, Монголии.

Методология и методы исследования. В исследовании применялись математические модели энергосистем, разработанные в теории расчета установившихся режимов, оптимизации и оценивания состояния энергосистем, а также методы системного анализа, теории оптимального управления и комплексной многопараметрической оптимизации математического аппарата нелинейного программирования. При выполнении работы использовались программные комплексы «RastrWin3» и «Космос».

Обоснованность и достоверность связана с использованием классических расчетных процедур и алгоритмов расчета установившегося режима электрической сети, методов математической статистики, положенных в основу предлагаемого метода. Адекватность используемой математической модели подтверждается соответствием реальным принципам функционирования электроэнергетической системы и систем измерений, а также согласованностью с результатами, полученными при использовании других программных комплексов.

Апробация работы. Положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на 7 международных и Российских научно-технических конференциях, а именно: Электроэнергетика глазами молодежи, 2010, Екатеринбург; Электроэнергетика глазами молодежи, 2011, Самара; Управление, информация и оптимизация в электроэнергетических системах, 2011, Новосибирск, Современные устройства в электроэнергетике: релейная защита, автоматика и элементы активно-адаптивных сетей; Подготовка кадров для электроэнергетической отрасли, 2012, Томск; Релейная защита и автоматика энергосистем, 2012, Москва; Электроэнергетика глазами молодежи, 2012, Екатеринбург; IV международная научно-техническая конференция «Современные

направления развития систем релейной защиты и автоматики энергосистем» РНК CIGRE, 2013, Екатеринбург.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 16 статей, в том числе 2 статьи в рецензируемых научных журналах и изданиях, определенных ВАК РФ.

Структура и объем работы. Диссертационная работа содержит введение, четыре главы, заключение, список литературы, содержит 47 рисунков, 13 таблиц и 3 приложения. Общий объем работы составляет 169 страниц и включает 122 библиографических наименования.

В первой главе приводится понятие оптимизации применительно к задачам электроэнергетики. Дается классификация задач оптимизации и области их применения. Рассматриваются принципы и причины необходимости декомпозиции задач оптимизации, приводится общее решение комплексной задачи оптимизации. Рассматриваются различные виды ограничений, некоторые способы их учета и обозначается проблема учета ограничений в виде неравенств при решении оптимизационных задач.

Во второй главе рассматривается способ учета ограничений в виде неравенств через использование метода внутренней точки. В главе описывается основная идея и модификации метода Лагранжа к МВТ путем разделения физических переменных на сумму элементарных, что позволяет моделировать различные варианты влияния переменных на ЦФ. На этой основе, в дальнейшем, выполняется адаптация предложенного МВТ для решения задач ВРДО и ОС. В главе приводится подробное описание разработанной математической модели.

В третьей главе задача ввода режима в допустимую область представляется как задача условной минимизации. В задачу последовательно вводятся различные ограничения и демонстрируются способы их учета. Особое внимание уделяется практическим приемам оптимизации, приводится большое количество примеров. В конце главы дается описание реализации МВТ в ПО ВРДО, использования разработанных моделей ЦФ, общей архитектуры ПО и схемы взаимодействия используемых модулей.

В четвертой главе рассматривается возможность применения МВТ к задаче оценивания состояния. Приводится общая постановка задачи и классические

методы решения, анализируются их достоинства и недостатки. Рассматриваются аспекты разработки функции ОС на основе адаптированного алгоритма МВТ. Представлено практическое применение реализованной функции ОС на тестовой и реальной схеме ОЭС Северо-Запада. Демонстрируется различное поведение используемых моделей измерений, приводятся выводы и рекомендации по их использованию. Рассмотрены основные способы фильтрации грубых ошибок телеизмерений и их привязки к расчетной схеме. Приводится сравнение с результатами промышленного ПК, эксплуатируемого в филиалах СО и специализирующегося на выполнении функции ОС [42,43]. Для сравнения результатов определен суточный интервал оценивания с шагом 5 минут. Сделаны выводы о применимости разработанного алгоритма.

Приложение 1 содержит пример, демонстрирующий решение задачи минимизации с учетом ограничения методами внешней и внутренней точки.

Приложение 2 содержит акт о готовности к вводу в промышленную эксплуатацию в СО ЕЭС специализированного ПО ВРДО.

В приложении 3 приведены параметры тестовой схемы, используемой в четвертой главе.

Работа выполнена на кафедре «Автоматизированные электрические системы» ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ

1.1 Общее понятие оптимизации

Задача оптимизации режимов является одной из основных компонент системы автоматизированного диспетчерского управления (АСДУ), базирующейся на применении ЭВМ и современных математических методов. Внедрение АСДУ в практику работы диспетчерских служб началось в 70-х годах прошлого века, фактически сразу после завершения в конце 1960-х гг. формирования Единой энергетической системы Европейской части СССР. К этому времени появилась необходимость изменения структуры управления с переходом от фактически автономных объединенных диспетчерских управлений (ОДУ) к централизованной иерархической системе диспетчерского управления, в которой верхнему уровню – ЦДУ – подчинены объединенные диспетчерские управления. Следующим шагом в 1969 г. стало создание в ЦДУ ЕЭС службы АСДУ, на которую возлагалась обязанность организации работ по созданию отраслевой автоматизированной системы управления АСДУ ЕЭС СССР. Позднее в дополнение к службе АСДУ были созданы более узкоспециализированные службы: отраслевой автоматизированной системы управления, информационного обеспечения, разработки средств оперативного управления, математического обеспечения и вычислительной техники оперативного управления. Применение первых ЭВМ в службе АСДУ дало толчок бурному развитию специального математического обеспечения и освоения современных языков программирования. В 1970-е годы расчеты электрических режимов производились уже на более высоком качественном уровне. Служба оптимизации энергетических режимов использовала ЭВМ для учета выработки электроэнергии и межсистемных перетоков, прогнозирования нагрузок потребления. Создание системы автоматизированного диспетчерского управления в свое время коренным образом изменило работу диспетчерского персонала, дав ему в руки инструмент управления развивающейся ЕЭС СССР, а впоследствии России и других сопряженных стран, используемый с многочисленными модификациями и по настоящее время [1]. Автоматизированные

системы диспетчерского управления предусматривают решение широкого круга задач расчета как стационарных режимов, так и нестационарных (устойчивость, токи короткого замыкания и т.п.) при долгосрочном (год, квартал) и краткосрочном (неделя, сутки) планировании и оперативном (до суток) управлении.

Существенная особенность режима ЭС заключается в наличии циклов регулирования (суточный, недельный, годовой), определяемых изменениями графиков нагрузки потребителей, условиями сработки и наполнения водохранилищ ГЭС, поставками топлива и т.п. Это вызывает необходимость введения условий и ограничений, относящихся ко всему циклу регулирования и обуславливающих взаимозависимость режимов в отдельные моменты времени. В общем случае оптимизация режима должна производиться для некоторого периода времени T , обычно равного наибольшему циклу регулирования, как правило годовому. Тем не менее, ввиду сложности задачи её приходится разбивать на ряд подзадач, к числу которых относятся и все рассматриваемые в настоящей работе подзадачи оптимизации краткосрочных и мгновенных режимов.

Множество проблем анализа состояния энергосистемы может быть привязано к решению задач условной и безусловной оптимизации, различаемых по наличию или отсутствию ограничений. Для реальных задач характерно наличие ограничений, однако методы безусловной оптимизации также представляют интерес, поскольку задачи условной оптимизации могут быть приведены к задачам без ограничений. В энергетике достаточно редко встречаются задачи безусловной минимизации – минимизации ЦФ без учета ограничений. Тем не менее, решая задачи условной минимизации, можно либо свести их к задаче безусловной минимизации с помощью специальных методов, либо контролировать ограничения в процессе оптимизации.

Типичными примерами задач минимизации в АСДУ и электроэнергетике в целом являются: 1) оценка состояния энергосистемы; 2) минимизация отклонений от текущего режима при вводе режима в допустимую область; 3) оптимальное управление гидроэлектростанциями и т. п. Численных методов, пригодных для решения задач оптимизации, много и они включают большое количество методов как условной, так и безусловной минимизации. Цель применения этих методов состоит прежде всего в отыскании допустимых, т.е. удовлетворяющих условиям

надежности и качества электроснабжения, режимов. Не меньшее значение имеет и выбор из области допустимых режимов наиболее экономичного, так как в условиях работы современных ЭС это позволяет практически без дополнительных затрат обеспечить экономию за счет снижения расхода топлива и потерь в электрических сетях. Эти показатели в значительной мере зависят от распределения нагрузки между электростанциями. Например, загружая наиболее экономичные, но удаленные от центров потребления электростанции, можно уменьшить удельный расход условного топлива, но увеличить потери электроэнергии в сети.

Задача повышения экономичности работы ЭС состоит в обеспечении минимума суммарного расхода условного топлива (издержек) при заданной в каждый момент времени нагрузке потребителей, а следовательно, заданном полезном отпуске электроэнергии.

Экономичность работы электростанций и их агрегатов принято характеризовать удельным расходом тепла (условного топлива) или КПД. Зависимость полного часового расхода условного топлива B от нагрузки P называется расходной характеристикой, а её отношение к нагрузке – характеристикой удельных расходов $b_y = B/P$. Однако основную роль при распределении мощностей между агрегатами играют не удельные (или полные) расходы, а относительные приросты, т. е. производные $b = dB/dP$ [62,63]. В общем случае в основе расчетных методов и приемов оптимизации расхода условного топлива лежит использование относительных приростов расхода топлива, а именно, критерия их равенства.

Задача расчета оптимального режима состоит в нахождении оптимальных значений всех параметров, характеризующих его допустимость и экономичность, в частности активных и реактивных мощностей, напряжений, тепловых нагрузок агрегатов ТЭЦ, состава работающих агрегатов и т.п. Другими словами, необходима комплексная оптимизация режима по всем переменным. Попытки решить эту задачу одновременно путем применения единого алгоритма и раньше и сейчас приводят к большим затруднениям, связанным с большой размерностью задачи, огромным объемом исходной информации, требующимся для её решения, и необходимостью использования различных техник расчетов в рамках одной общей задачи. Так, например, для определения работающих агрегатов используются

методы целочисленного линейного программирования, которые довольно трудно вписываются в методику оптимизации гладких положительно определенных функций.

Традиционно основным путем преодоления этих затруднений выступает декомпозиция задачи и последующее уточнение режима, найденного для упрощенной модели, за счет учета дополнительных факторов при решении отдельной подзадачи. Одним из таких приемов является разделение задачи оптимизации по активной P и реактивной Q мощности [86,87]. Решение первой части задачи позволяет найти оптимальное распределение нагрузки между электростанциями, решение второй обеспечивает минимум потерь в сети [14]. Задача совместного учета активной и реактивной мощности в рамках единого решения получила название комплексной оптимизации. Современные ЭВМ обладают вполне достаточной производительностью для решения задачи комплексной оптимизации, поэтому ограничивающим фактором в её решении выступает уже не проблема большой размерности задачи, а, по большей части, тонкость работы с полной моделью распределения мощности. В этом случае возможны ситуации, когда алгоритм будет пытаться минимизировать отклонения по активной мощности за счет изменения уставок регуляторов, предназначенных, главным образом, для регулирования реактивной мощности. Это, с большой долей вероятности, приведет к исчерпанию запасов регулирования и установит регуляторы на предельные значения, что потребует учета большого количества ограничений. Такая проблема получила название «перерегулирование». Конечно же, такое регулирование обычно не соответствует устоявшимся подходам к управлению энергосистемами, однако такая ситуация легко может возникнуть в плохо подготовленных моделях ЭЭС. Строгое выдерживание ограничений позволяет выявить явно излишнее регулирование и осуществить настройку модели подобающим образом.

1.2 Методы оптимизации

Применение теории и методов оптимизации при управлении режимами энергосистем фактически совпадает с появлением в 20-30 годы первых объединений крупных генерирующих агрегатов в сеть и необходимостью

обеспечения их связной работы. Быстрые темпы индустриализации предопределили необходимость развития сетей и укрупнения энергообъединений, что потребовало развития методов диспетчерского управления и связанной с ними теории и практики оптимизации. Второй толчок к развитию дало появление первых вычислительных машин в начале второй половины прошлого столетия, что позволило реализовывать разработанные алгоритмы в машинном коде и в разы увеличило скорость и эффективность решения диспетчерских задач.

Большой вклад в разработку теории и практики задач диспетчерского управления внесли Веников В.А., Гамм А.З., Горнштейн В.М., Идельчик В.И., Совалов С.А., Фазылов В.А., Крумм Л.А., в отдельную группу можно выделить представителей Уральской школы: Арзамасцев Д.А., Аюев Б.И., Бартоломей П.И., Липес А.В., Неуймин В.Г., Паздерин А.В., разрабатывающих теорию оптимизации на основе которой представителями этой школы реализовано ПО (Курс-1000, Линкор, Rastr, Bars, ПО ВРДО), применявшееся и применяемое в СО для расчета задач диспетчерского управления.

Задаче оптимизации режимов всегда уделялось большое внимание, как в России [91-100], так и за рубежом [101-103]. В монографии [85] представлено развитие методов оптимизации мгновенного режима начиная с 1919г. Обзор некоторых отечественных работ на начало 80-х годов приведен в [103]. Один из вариантов моделирования оптимизационных расчетов в электроэнергетике приведен в [122]. К простейшим методам поиска безусловного минимума функции единственной переменной относятся методы линейного поиска, составляющие основу множества алгоритмов для задач нелинейного программирования. Они так же известны как методы покоординатного спуска [2]. Методы подразделяются на классы без использования производных и с использованием производных. В классе методов линейного поиска без использования производных интервал, на котором должен производиться поиск локального минимума, уже известен. ЦФ принимается выпуклой. В очень близком приближении достаточно просто рассчитать значения ЦФ в n равноудаленных точках (число n должно быть достаточно большим) и выбрать точку, соответствующую наименьшему значению функции, как аппроксимацию реального минимума функции. Этот метод известен как метод равномерного [3] или пассивного [4] поиска. Метод может быть

применен, если вычисление ЦФ не является трудоемкой задачей (например, в задаче оптимального расхода топлива), но в других задачах, требующих более точных расчетов, таких как минимизация потерь мощности, он окажется неприемлемым вследствие своей вычислительной неэффективности.

Другой класс методов линейного поиска связан с вычислением производных функции $\theta(\lambda)$ для определения градиента функции в точке λ_k . Методы линейного поиска, использующие квадратичную аппроксимацию ЦФ, широко используются для решения задач условной оптимизации [5,6].

Для задач оптимизации в n -мерном пространстве, при условии, что минимизируемая функция $f(x)$ по крайней мере дважды дифференцируема (это утверждение справедливо для постановки задач ВРДО и ОС в виде минимизации суммы полиномов второй степени), наибольшее распространение получили методы, в основе которых лежит метод градиентного спуска [10,105] или обобщенный метод Ньютона (ОМН) [11,80]. К основным недостаткам первого относится медленная сходимость, а второго – чувствительность к начальному приближению. Различные модификации методов основаны на вычислении оптимальной длины шага и проецировании направления движения [106], а так же учете вторых частных производных для матрицы Якоби называемых методами второго порядка [80]. Для улучшения сходимости ОМН применяется метод Левенберга-Марквардта [7], в методе используется добавление единичной матрицы к матрице Гессе. Сравнение методов первого и второго порядка приведено в [8]. Из всех итерационных алгоритмов обобщенный метод Ньютона второго порядка является наиболее универсальным и обладает высоким быстродействием [9,63,108,109].

Практические задачи оптимизации обычно характеризуются наличием ограничений. Существуют различные способы их учета при поиске минимума ЦФ, но в основном все они сводятся к нескольким общим приемам. Учет ограничений в виде равенств традиционно осуществляются методом Лагранжа, нарушенные ограничения в виде неравенств при решении задачи безусловной минимизации могут быть преобразованы к виду равенств, однако в таком случае решение может просто не существовать, а при его наличии полученная точка может не соответствовать реальному минимуму функции в допустимой области. Еще одним

подходом является применение алгоритмов линеаризации общей задачи с ограничениями к набору задач линейного программирования. Для их решения могут применяться методы линейного программирования, основанные на симплекс-процедуре и позволяющие учитывать ограничения в линейном виде [12,110,111].

К другой группе способов решения задач условной оптимизации относятся методы штрафных функций. В этих методах ограничения в виде неравенства включаются в ЦФ в виде дополняющей функции штрафа при их нарушении. Тем не менее, смена вида производной ЦФ при переходе границы допустимой-недопустимой области, рассчитываемой с учетом влияния штрафной функции и без, приводит к резким скачкам вектора приращения dx , а в итоге – к медленной сходимости. Для улучшения сходимости метода штрафных функций применяется алгоритм контроля шага, вычисляющий оптимальную длину шага по трем значениям ЦФ, полученным при движении в одном направлении с равными интервалами. Данный метод носит название метода по параметру. Так же для улучшения сходимости и регулирования строгости ограничения используется постепенный рост весовых коэффициентов штрафных функций, включающий приемы адаптивного пересчета весовых коэффициентов штрафной функции и сдвига границ допустимой области, такой подход носит название последовательной минимизации. Все вместе можно отнести к классу методов внешней точки. Пример решения задачи поиска минимума функции с наличием ограничения в виде неравенства методами внешней и внутренней точки приведен в П.1.

1.3 Комплексная оптимизация

Решение задачи комплексной оптимизации обеспечивает минимум отклонений от заданного оптимального уровня генерации, обеспечивающего минимум расхода условного топлива. Необходимо отметить, что ЦФ в таком случае может принимать виды, отличные от чистой минимизации стоимости условного топлива. Целевую функцию комплексной оптимизации принято выражать как минимум потерь электрической энергии в сети или минимум отклонений генерации и других регулируемых параметров от точки оптимума,

полученной в ходе решения задачи безусловной минимизации расхода условного топлива. Тем не менее, независимо от исходной ЦФ решение задачи комплексной оптимизации должно удовлетворять всему набору поставленных ограничений в точке решения.

Набор ограничений в задаче комплексной оптимизации следующий:

1. В сети должны выполняться законы Кирхгофа, иначе говоря, в узлах должны соблюдаться условия баланса активных и реактивных мощностей. Эти уравнения представляют строгие ограничения в виде равенств в задаче оптимизации.
2. Ограничения в виде неравенств накладываются на:
 - P, Q генерацию;
 - режимные переменные, например, напряжения в узлах. Эти ограничения обычно понимаются как мягкие ограничения, например, если определить желательную границу минимального значения напряжения как 0.95 номинала, то значение 0.94 так же будет вполне приемлемым;
 - переменные, связанные с регуляторами, например, на коэффициенты трансформации, инъекции реактивной мощности, на дискретные УВ в виде ограничения генерации и ограничения нагрузки;
 - токи в линиях;
 - потоки мощности по линиям и сечениям.

Решение задачи комплексной оптимизации достигается за счет изменения любых доступных регуляторов. В ходе решения значения напряжений на генераторах, генераций активной мощности и величины активных и реактивных нагрузок в задаче расчета режима энергосистемы считаются известными заранее. Следовательно, требуется решить $2n - g - 1$ уравнений с таким же количеством неизвестных, где n – количество узлов в системе, а g – число генераторов. Таким образом, решаемая система не считается ни переопределенной, ни недоопределенной. В задачах минимизации, таких, например, как оценивание состояния, приходится иметь дело с переопределенной системой (измерений больше, чем неизвестных). В таком случае необходимо определить, каким образом выставить регуляторы для текущих условий режима. Ясно, что существует множество решений. Если регуляторы рассматривать как независимые

переменные, то при расчете придется иметь дело с недоопределенной системой уравнений. Для примера, если значения напряжений для g генераторов не зафиксированы на заданных уставках, то в матрице Якоби появится g дополнительных столбцов, в то время как число строк или уравнений останется неизменным. Неопределенная система уравнений (строк меньше чем столбцов) необязательно должна иметь решение, тем не менее, если она имеет хотя бы одно решение, она имеет бесконечное множество решений. На практике это означает выбор регулирующего устройства, за счет отклонения (или комбинации отклонений) которого лучше всего сбалансировать режим, если существует возможность сделать это различными регуляторами. Для выбора единственного решения среди множества необходимо ввести критерий минимума, определяемый целевой функцией.

В задачах комплексной оптимизации возможен выбор различных целевых функций или их комбинаций:

1. Минимизация стоимости расходуемого условного топлива.
2. Минимизация потерь активной мощности.
3. Максимизация резервов по реактивной мощности.
4. Минимизация отклонений напряжений в узлах от заданных значений.
5. Минимизация стоимости необходимого оборудования для компенсации реактивной мощности.
6. Ввод режима в допустимую область по напряжениям, частоте, различным режимным ограничениям с использованием доступных УВ в виде регуляторов с учетом ограничений на допустимую область.

В хорошо сформулированной задаче комплексной оптимизации существует сильная корреляция между ЦФ, регуляторами и ограничениями. Напротив, если задача сформулирована неграмотно, расчет может привести к неадекватным с инженерной точки зрения результатам. Рассмотрим простой пример, когда ЦФ является минимизация потерь активной мощности, а в качестве регулируемых параметров выступают положения отпаяк на трансформаторах. Зачастую в этом случае процедура оптимизации выставляет предельные значения коэффициентов трансформации, пытаясь таким образом регулировать переток P по линиям, значительно искажая режим, но практически не снижая потери. Следовательно,

регуляторы и ограничения этой подзадачи комплексной оптимизации относятся к переменным, связанным с активной мощностью. Регуляторы и ограничения для комплексной оптимизации по активной и реактивной мощности приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1 - Регуляторы и ограничения для подзадач комплексной оптимизации.

Оптимизация	Регуляторы	Ограничения
По активной мощности	Генерация P Фазосдвигающие трансформаторы Вставки постоянного тока Устройства FACTS Регулирование нагрузки и генерации	Угол по концам линии Переток P в линиях/сечениях Границы резерва активной мощности Трансфер мощности между районами, территориями, объединениями, различными сетями
По реактивной мощности	Уставки по напряжению на генераторах Устройства FACTS УШР Число включенных Реакторов/компенсаторов, СТК	Значения напряжений в узлах Регулирование Q генерации Переток Q по линиям/сечениям Границы резерва по Q Трансфер Q

Задачу минимизации потерь активной мощности все же можно рассматривать через призму комплексной оптимизации по Q . Потери активной мощности могут зависеть от регуляторов Q . Например, если определенное значение $P_{ij}^0 = VI \cos \varphi$ должно быть доставлено от узла i к j , то уменьшая φ , можно добиться уменьшения I , а следовательно, и потерь I^2R . Реактивная мощность по линии $i - j$ пропорциональна $V_i - V_j$. Тогда, контролируя V_i, V_j , можно контролировать переток реактивной мощности. На генераторах напряжение может поддерживаться, пока генерация Q не выйдет на предел по минимуму или максимуму. Снижение перетока реактивной мощности приводит к общему снижению тока, а следовательно, и потерь. Уменьшение реактивной мощности также влияет на форму профиля напряжения. Генерация Q в линии является еще одним источником реактивной мощности. Изменяя соответствующее напряжение на генераторе, можно контролировать объем генерируемой реактивной мощности вдоль линии. Таким образом, в условиях пиковых нагрузок увеличение

соответствующих уставок напряжений на генераторах позволяет увеличить зарядную мощность линии, тем самым снизив общую генерацию реактивной мощности на генераторах. В обратном случае снижение соответствующих уставок по напряжению позволяет уменьшить генерацию Q в линиях и снизить общее потребление генераторами реактивной мощности.

Не существует строгих подходов регулирования активной мощности за счет регуляторов, влияющих, главным образом, на распределение реактивной мощности. Например, потери могут быть включены в ЦФ задачи поиска оптимального расхода топлива с неким весовым коэффициентом [\$/МВт]. Комплексная оптимизация также используется для задач режимной надежности и ВРДО с учетом возможных возмущений. Если при всех рассматриваемых нарушениях существует допустимое решение, можно утверждать, что система эксплуатируется в нормальном режиме с сохранением режимной надежности. Следует помнить, что введение дополнительных ограничений может привести к росту минимизируемой ЦФ, выраженному в увеличенном значении потерь активной мощности, росту расхода топлива и т. п. Некоторые общие принципы регулирования в задачах комплексной оптимизации представлены в [73].

1.4 Математическая постановка

Математически задача комплексной оптимизации может быть определена следующим образом:

$$\min f(x, u) \quad (1.1)$$

с соблюдением ограничений:

$$h(x, u) = 0; \quad (1.2)$$

$$x_{\min i} \leq x_i \leq x_{\max i} \quad (1.3)$$

$$u_{\min i} \leq u_i \leq u_{\max i} \quad (1.4)$$

$$g_{\min i} \leq g_i(x, u) \leq g_{\max i} \quad (1.5)$$

где x – вектор зависимых переменных (модули и углы напряжений узлов); u – вектор независимых переменных (уставки напряжений и генерации активной мощности генераторов, коэффициенты трансформации); h – ограничения в форме равенств; g – ограничения в форме неравенств. Ограничения, определяемые уравнениями (1.2), являются уравнениями баланса мощностей и должны

выполняться в любой точке. Они включают уравнения как по активной, так и по реактивной мощности. Ограничения, определяемые уравнениями (1.3), (1.4) соответствуют ограничениям на допустимый минимум и максимум зависимых переменных x (напряжения, углы) и независимых u . Все переменные трактуются как непрерывные плавные функции. Ограничения (1.5) являются функциональными, они включают максимум и минимум генерации реактивной мощности для генераторов, допустимых перетоков мощности и токов по линиям и сечениям.

Для учета уравнений (1.2) в работе используются уравнения балансов мощностей узлов в полярной системе координат:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_k - V_k^2 G_{kk} - V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}) \\ Q_k + V_k^2 B_{kk} + V_k \sum_{m \in k} V_m (B_{km} \cos \delta_{km} - G_{km} \sin \delta_{km}) \end{array} \right\} = 0 \quad (1.6)$$

1.5 Метод Ньютона для решения задачи комплексной оптимизации

Метод рассчитывает оптимальное решение для системы нелинейных уравнений, полученных из условий Каруша-Куна-Таккера (ККТ). В задаче комплексной оптимизации функция Лагранжа определяется как

$$L(x, u, \lambda, \mu) = f(x, u) + \lambda^T h(x, u) + \mu^T g(x, u), \quad (1.7)$$

где λ – это вектор множителей Лагранжа, соответствующий ограничениям в форме равенства; μ – вектор множителей Лагранжа, соответствующий ограничениям в форме неравенств. Отметим, что здесь используется положительный знак множителя Лагранжа для ограничений в форме равенства, выраженных как $g_i(x, u) \leq 0$, и отрицательный знак для ограничений вида $g(x, u) \geq 0$. Таким образом, условие оптимальности $\mu_i \geq 0$ остается неизменным для всех ограничений в форме неравенства. Для ограничений в форме равенства, таких как балансы мощностей, знак не имеет значения.

Пусть $z = [x, u, \lambda, \mu]^T$. Условия ККТ требуют, чтобы в точке оптимума выполнялись условия

$$\nabla_x L(z^*) = 0; \quad (1.8)$$

$$\nabla_u L(z^*) = 0; \quad (1.9)$$

$$\nabla_\lambda L(z^*) = 0 \Rightarrow g_i(x^*, u^*) = 0; \quad (1.10)$$

$$\nabla_{\mu} L(z^*) = 0 \Rightarrow h_i(x^*, u^*) = 0 \quad \forall i \in A(z^*); \quad (1.11)$$

$$\mu_i^* \geq 0 \quad \forall i \in A(z^*); \quad (1.12)$$

$$\mu_i^* = 0 \quad \forall i \notin A(z^*), \quad (1.13)$$

где $A(z^*)$ – это набор активных ограничений.

В данном методе, с алгоритмической точки зрения, не существует принципиальной разницы между зависимыми и независимыми переменными. То есть напряжение на генераторах может рассматриваться как зависимая переменная. Множители Лагранжа так же выступают в качестве переменных, для всех переменных необходимо задать начальные значения. Единственное отличие состоит в том, что для независимых переменных обычно задаются начальные, желательные значения. Коэффициенты трансформации, переменные компенсации Q , активная мощность генераторов и т.п. трактуются как независимые переменные. Линеаризация уравнений (1.8)–(1.13) приводит к уравнениям в форме

$$\begin{bmatrix} \nabla_{xx}^2 L(z^k) & \nabla_{xu}^2 L(z^k) & \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial x} \\ \nabla_{ux}^2 L(z^k) & \nabla_{uu}^2 L(z^k) & \frac{\partial h}{\partial u} & \frac{\partial g}{\partial u} \\ \frac{\partial h^T}{\partial x} & \frac{\partial h^T}{\partial u} & 0 & 0 \\ \frac{\partial g^T}{\partial x} & \frac{\partial g^T}{\partial u} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x^k \\ \Delta u^k \\ \Delta \lambda^k \\ \Delta \mu^k \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L(z^k) \\ \nabla_u L(z^k) \\ h(x^k, u^k) \\ g(x^k, u^k) \end{bmatrix}, \quad (1.14)$$

где

$$\nabla_{xx}^2 L(z^k) = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right] + \sum_i \lambda_i \left[\frac{\partial^2 h_i}{\partial x^2} \right] + \sum_i \mu_i \left[\frac{\partial^2 g_i}{\partial x^2} \right].$$

Неактивные ограничения ($\mu_i = 0$) не влияют на матрицу Гессе. Таким образом, даже несмотря на то, что они являются частью функции Лагранжа, явно они не показаны. Оптимальное направление определяется вектором $d^k = [\nabla x^k, \nabla u^k]$. Ключевой проблемой в получении системы (1.14) является то, что до расчета неизвестно, какие из ограничений перейдут в разряд активных. В системе (1.14) кроме уравнений баланса мощности необходимо явным образом рассматривать только набор активных ограничений. Таким образом, требуется процедура, которая в итоге сводится к набору активных ограничений к точке оптимума. Одним из путей учета ограничений в форме неравенства является использование штрафных функций. Ограничения в виде неравенства моделируются дополняющей

квадратичной функцией штрафа к соответствующему ей множителю Лагранжа. Для исключения выхода режима в недопустимую область ограничения делятся на два типа – мягкие и жесткие [15,24].

1.6 Мягкие ограничения

Мягкие ограничения – это такие ограничения, пределы которых желательны, но необязательны. Обычно к таким ограничениям относятся ограничения по напряжениям в узлах нагрузки и, возможно, ограничения нагрузки линий или сечений. К преимуществам использования таких ограничений относится то, что недопустимость в процессе решения задачи комплексной оптимизации может быть преодолена за счет использования их степени свободы, то есть их нарушения. Мягкие ограничения учитываются путем домножения на соответствующий множитель Лагранжа квадратичного полинома вида:

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \varrho_i (V_i - V_i^{\min})^2, & V_i < V_i^{\min}, \\ \varphi_i &= 0, & V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max}, \\ \varphi_i &= \varrho_i (V_i - V_i^{\max})^2, & V_i > V_i^{\max}, \end{aligned}$$

где ϱ_i – штрафной коэффициент, больший нуля. В общем случае каждому ограничению может соответствовать свой штрафной коэффициент. Подобным образом штрафы могут применяться к нарушениям ограничений по линиям ($|S_i| \geq S_{\max}$). Вид штрафной функции показан на рисунке 1.1. Если ограничение в виде неравенства не нарушено, штрафная функция равна нулю. С другой стороны, с ростом нарушения растет и штраф к ЦФ. Значение коэффициента штрафа ϱ_i может быть использовано для регулирования «мягкости» ограничения. Регулируя коэффициент штрафа, можно изменять важность заданного ограничения, так при больших значениях ϱ_i можно добиться строгого выдерживания ограничений.

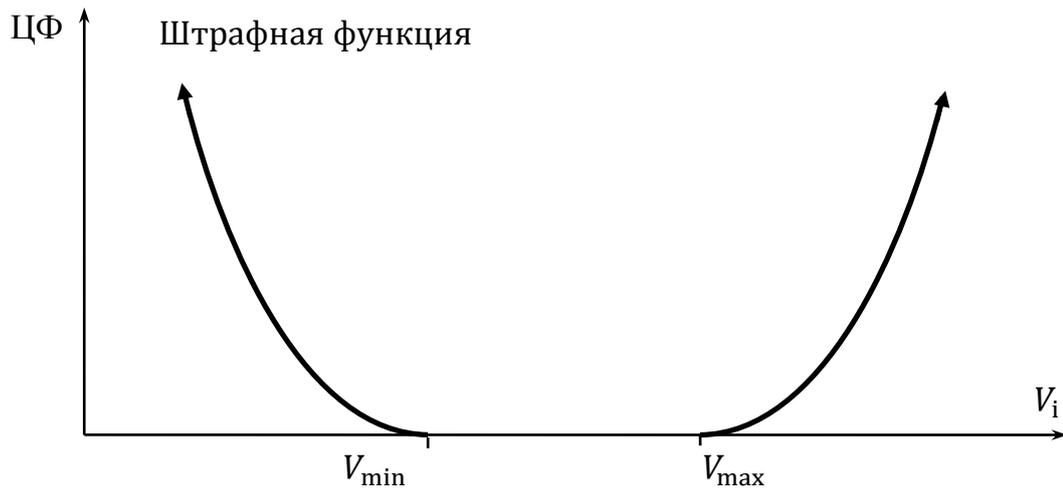


Рисунок 1.1 - Вид штрафной функции по напряжению

Однако введение больших значений штрафных коэффициентов приводит к ухудшению обусловленности задачи, оказывая влияние на диагональный элемент матрицы Гессе. Пусть $L^{\text{нов}} = L^{\text{стар}} + \frac{1}{2} q_i (V_i - V_i^{\text{max}})^2$, где на заданной итерации $V_i > V_i^{\text{max}}$, тогда

$$\frac{\partial L^{\text{нов}}}{\partial V_i} = \frac{\partial L^{\text{стар}}}{\partial V_i} + q_i (V_i - V_i^{\text{max}}), \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial^2 L^{\text{нов}}}{\partial V_i^2} = q_i + \frac{\partial^2 L^{\text{стар}}}{\partial V_i^2}. \quad (1.16)$$

Тем не менее, включение ограничений по нагрузке линий через квадратичные функции может снизить разреженность задачи. Альтернативным путем учета ограничений по линиям является наложение ограничений на разность углов по концам линии $|\delta_i - \delta_j|$.

1.7 Жесткие ограничения

Жесткие ограничения, накладываемые на ЦФ, должны всегда выполняться. Обычно к ним относятся ограничения:

- на генерацию активной мощности: $P_G^{\text{min}} \leq P_G \leq P_G^{\text{max}}$;
- на генерацию реактивной мощности: $Q_G^{\text{min}} \leq Q_G \leq Q_G^{\text{max}}$;
- на компенсацию реактивной мощности: $q^{\text{min}} \leq q \leq q^{\text{max}}$;
- на коэффициент трансформации: $K_t^{\text{min}} \leq K_t \leq K_t^{\text{max}}$.

Пределы нагрузки линий также могут рассматриваться как жесткие ограничения. Применение жестких ограничений может быть реализовано либо

через большие штрафы, либо прямым моделированием ограничений в форме равенства. Моделирование жестких ограничений в форме равенства выглядит более предпочтительно, так как позволяет избежать проблем с плохой обусловленностью. Кроме того, решение системы (1.14) в точке (x_k, u_k) позволит вычислить множитель Лагранжа μ^{k+1} , связанный с ограничениями в точке (x_{k+1}, u_{k+1}) . Пусть $k + 1$ соответствует новой итерации, тогда, если $\mu^{k+1} < 0$, ограничение может быть удалено из набора активных ограничений в последующей итерации, снижая размерность задачи. Однако эффективная реализация такого алгоритма требует изоциренных стратегий обновления и разделения активных и пассивных ограничений и трудно реализуема на практике.

Для соблюдения жестких ограничений в процессе оптимизации применяются подходы, основанные на методе внутренней точки, который подробно рассмотрен в следующей главе [17,19].

1.8 Выводы

1. Анализ задач энергетики в диспетчерском управлении энергосистемой показал, что практически все они могут быть сведены к классу задач минимизации. Вместе с тем зачастую они обладают собственной спецификой, требующей особых методов решений. Большие размерности задач и соответствующий им объем требуемых исходных данных усугубляют проблемы, возникающие при попытках получения единого решения в рамках одной общей задачи. Этим объясняется традиционный подход, связанный с декомпозицией задач по активной и реактивной мощности.

2. Представлена обобщенная попытка объединения задач оптимизации по активной и реактивной мощности для получения единого решения. Выделена основная проблема «перерегулирования» энергосистем, приводящая к необходимости выдерживания большого количества ограничений в виде неравенств. Сформулирована математическая постановка задачи комплексной оптимизации.

3. На практике большинство оптимизационных задач имеет набор ограничений. Методы решений задач безусловной оптимизации используются главным образом в двух вариантах: 1) преобразование задачи условной

оптимизации в эквивалентную задачу безусловной оптимизации; 2) применение методов линейного поиска в рамках задачи условной оптимизации. К первому способу относятся методы внутренней и внешней точки. Второй способ в работе не рассматривался из-за известных недостатков линеаризации нелинейных задач и глубокой проработки этих приемов другими авторами [110,115,116].

АДАПТАЦИЯ МЕТОДА ВНУТРЕННЕЙ ТОЧКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

2.1 Метод внутренней точки

Метод получил в последнее десятилетие широкое распространение для решения задач линейной и нелинейной оптимизации. Достоинством этого метода является быстрая сходимость даже при наличии большого числа ограничений типа неравенство. Сегодня методы внутренней точки являются основной группой методов, предназначенных для решения задач всей области условной минимизации, но так было не всегда. Методы внутренней точки на протяжении 1960-х годов использовались в основном в форме барьерных методов для решения нелинейных задач условной минимизации. Использование этих методов в области линейного программирования было крайне ограниченным из-за тотального доминирования симплекс-алгоритма. На протяжении 1970-х годов метод барьеров постепенно заменили появившиеся более эффективные методы дополнительных множителей Лагранжа (augmented Lagrangian method) и квадратичного программирования. В начале 1980-х годов метод барьеров преимущественно рассматривался уже как закрытая глава в истории оптимизации.

Картина коренным образом поменялась в середине 1980-х годов, когда Кармаркар (Karmarkar) представил быстрый, с решением внутри границ, метод для линейного программирования. В 1985 г. было установлено формальное разделение между его методом и классическими барьерными методами. С этого времени произошла реинкарнация методов внутренней точки, прошедшая настолько глубоко и так быстро, что её влияние отразилось как в теории, так и в практике условной оптимизации. За последнее время были предложены различные оптимизационные методы в областях линейного, нелинейного программирования, методов декомпозиции и вариаций на метод Ньютона [13,15,16]. С развитием энергосистем, увеличением масштабов и сложности моделей задачи оптимизации также становятся все более трудными. На сегодняшний день многие проблемы остаются открытыми. Метод внутренней точки вызвал большой интерес у

исследователей в области оптимизации [16,17] и ОС [18]. Решение некоторых задач оптимизации с использованием МВТ приведено в [19–22]. В [49] продемонстрирована возможность использования МВТ для невыпуклых задач нелинейного программирования. Применение методов внутренней точки для задач квадратичного и нелинейного программирования стало тенденцией [23–27]. Несмотря на значительное развитие методов внутренней точки для нелинейной оптимизации остается множество вопросов, связанных с большой размерностью рассматриваемых задач. В отечественной науке метод внутренней точки представлен, например, в работах [112–114].

В качестве основы представленного далее материала взят выполненный в 2004 году технический отчет ООО «РТ Техсистем» «Разработка программного комплекса комплексной оптимизации режимов больших электрических систем на полной электрической схеме», в котором изложены основы алгоритма МВТ.

Математически задача оптимизации сводится к форме

$$\begin{aligned} \min F(x), \\ h_i(x) = 0, \quad i = \overline{1, N}, \\ g_j(x) \leq 0, \quad j = \overline{1, M}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где $x = (\vec{V}, \vec{\delta}, \vec{K}, P_i^{\text{ген}}, Q_i^{\text{ген}})$, h – ограничения типа равенство, g – ограничения типа неравенство. Перед решением ограничения типа неравенство заменяются ограничениями типа равенство с помощью вспомогательных неотрицательных переменных s :

$$g_j(x) + s_j = 0, \quad j = \overline{1, M}. \quad (2.2)$$

Для решения используется функция Лагранжа:

$$L(x, \lambda^h, \lambda^g, s) = F(x) + \sum_i^N \lambda_i^h h_i(x) + \sum_j^M \lambda_j^g (g_j(x) + s_j), \quad (2.3)$$

где λ_i^h, λ_j^g – множители Лагранжа по ограничениям типа равенство и неравенство соответственно.

Для нахождения минимума функции L необходимо приравнять к нулю все ее производные:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial s_i} &= \lambda_i^g s_i; \\
\frac{\partial L}{\partial \lambda_i^g} &= g_i(x) + s_i; \\
\frac{\partial L}{\partial x_i} &= \frac{\partial F(x)}{\partial x_i} + \sum_j^N \lambda_j^h \frac{\partial h_j(x)}{\partial x_i} + \sum_j^M \lambda_j^g \frac{\partial g_j(x)}{\partial x_i}; \\
\frac{\partial L}{\partial \lambda_i^h} &= h_i(x).
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Двусторонние ограничения на переменные

$$x^- \leq x \leq x^+ \tag{2.5}$$

исключаются из системы уравнений. Ограничение (2.5) переводится в два обычных:

$$\begin{aligned}
x - x^+ + s^+ &= 0; \\
-x + x^- + s^- &= 0.
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Заметим, что функциональные ограничения вида (2.2) исключаются аналогично путем введения дополнительных функциональных переменных, этот способ представлен в следующем разделе.

Каждому ограничению соответствует свой множитель Лагранжа (λ^- , λ^+ соответственно) и две вспомогательные переменные (s^- , s^+).

Из (2.6) можно получить

$$\begin{aligned}
s^+ + s^- - x^+ + x^- &= 0; \\
x + s^+ - x^+ &= 0.
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Таким образом, СЛУ (2.4) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned}
0 &= \lambda_i^{g^-} s_i^-; \\
0 &= \lambda_i^{g^+} s_i^+; \\
0 &= s^+ + s^- - x^+ + x^-; \\
0 &= x + s^+ - x^+; \\
0 &= \nabla F(x) + J_h \lambda_j^h + J_g \lambda_j^g; \\
0 &= h_i(x).
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Основная трудность, связанная с решением (2.8), заключается в выдерживании условий $0 = \lambda_i^g s_i^+$ и $0 = \lambda_i^g s_i^-$. Метод Ньютона не может автоматически гарантировать выполнение условия $(s^+, s^-, \lambda^h, \lambda^g) \geq 0$, и численное

решение $0 = \lambda_i^g s_i^+$ и $0 = \lambda_i^g s_i^-$ может завести в тупик. Для примера рассмотрим Ньютоновское уравнение для $0 = \lambda_i^g s_i^+$

$$s_i^k \nabla \lambda_i + \nabla \lambda_i^k s_i = -s_i^k \lambda_i^k.$$

Если одна из переменных стала равна нулю (например, $s_i^k = 0$), уравнение станет $s_i^k \nabla \lambda_i = 0$, это приведет к нулевому приращению, что является фатальным, так как алгоритм будет уже не в состоянии выбраться из этой ситуации.

МВТ избегает таких трудностей за счет введения *барьерного параметра* μ и соответствующей модификации (2.3) к виду

$$L(x, \lambda^h, \lambda^g, s) = F(x) + \sum_i^N \lambda_i^h h_i(x) + \sum_j^M \lambda_j^g (g_j(x) + s_j) - \mu \sum_j^M \ln s_j . \quad (2.9)$$

Функция натурального логарифма (Рисунок 2.1) для дополнительных переменных s_i , связывающих ограничения в виде неравенств непосредственно с целевой функцией, выбрана неслучайно. Характерной особенностью выбранной функции является то, что она медленно приближается к положительной бесконечности при увеличении аргумента и быстро приближается к отрицательной бесконечности, когда аргумент стремится к 0. «Медленно» и «быстро» по сравнению с любой степенной функцией от того же аргумента. Таким образом, при приближении к границе допустимой области соответствующая ограничению переменная $s_i \rightarrow 0$, а добавка в целевую функцию $-\ln(s_i) \rightarrow \infty$. Это препятствует нарушению допустимой области.

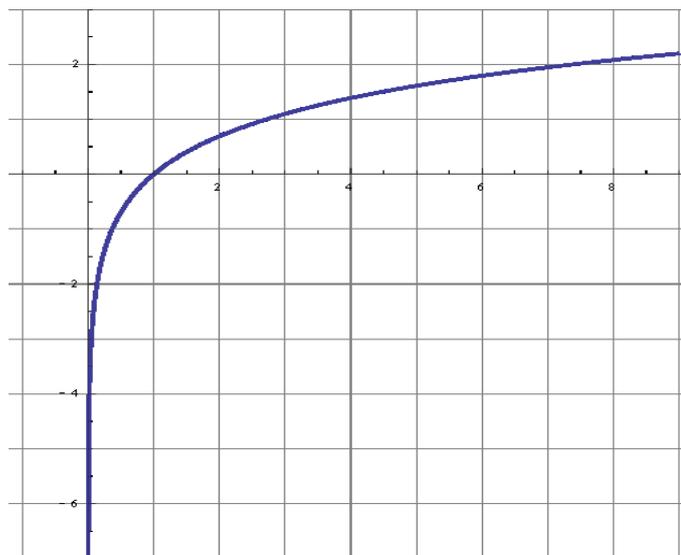


Рисунок 2.1 - График функции натурального логарифма

СЛУ (2.8) модифицируется к виду

$$\begin{aligned}
 \mu_k &= \lambda_i^{g^-} s_i^-; \\
 \mu_k &= \lambda_i^{g^+} s_i^+; \\
 0 &= s^+ + s^- - x^+ + x^-; \\
 0 &= x + s^+ - x^+; \\
 0 &= \nabla F(x) + J_h \lambda_j^h + J_g \lambda_j^g; \\
 0 &= h_i(x).
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

где $\mu_k > 0$ – это барьерный параметр, пересчитываемый на каждой итерации, который стремится к 0 при $k \rightarrow \infty$;

$$\mu = \sigma \frac{p_m}{M}, \tag{2.11}$$

$$p_m = \sum_i^M \lambda_i^g s_i \tag{2.12}$$

и $0 < \sigma < 1$ – параметр центрирования, в классическом методе внутренней точки $\sigma = 0,2$.

На каждой итерации решается система

$$\begin{bmatrix} \lambda G^- & 0 & S^- & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda G^+ & S^+ & S^+ & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & J_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_h^t & H_L & J_g^t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_g & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta s^- \\ \Delta s^+ \\ \Delta \lambda^{g^-} \\ \Delta \lambda^{g^+} \\ \Delta x \\ \Delta \lambda \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \lambda^{g^-} S^- - \mu_k e \\ \lambda^{g^+} S^+ - \mu_k e \\ s^+ + s^- - x^+ + x^- \\ x + s^+ - x^+ \\ \nabla F(x) + J_h \lambda_j^h + J_g \lambda_j^g \\ h_i(x) \end{pmatrix}, \tag{2.13}$$

где $\lambda G^- = \text{diag}(\lambda_1^{g^-}, \dots, \lambda_M^{g^-})$, $\lambda G^+ = \text{diag}(\lambda_1^{g^+}, \dots, \lambda_M^{g^+})$, $e = (1, 1, \dots, 1)^t$

и

$$H_L = \nabla^2 F(x) - \sum_j^N \lambda_j^h \nabla^2 h_j(x) + \sum_j^M \lambda_j^g \nabla^2 g_j(x). \tag{2.14}$$

Формирование и решение (2.13) для получения вектора приращения Δu является наиболее затратной процедурой на каждой итерации. Для получения нового вектора u_{k+1} необходимо контролировать каждый шаг изменения переменных и корректировать его, если он приводит к отрицательным значениям контролируемых переменных.

Для сохранения неотрицательности переменных $(s^+, s^-, \lambda^h, \lambda^g) \geq 0$ длина шага рассчитывается следующим образом:

$$\alpha^p = \min \left[\underbrace{\min}_{\Delta s_j < 0} \frac{s_j}{1,1 \cdot |\Delta s_j|}, 0,99995 \right]$$

$$\alpha^d = \min \left[\underbrace{\min}_{\Delta \lambda_j^g < 0} \frac{\lambda_j^g}{1,1 \cdot |\Delta \lambda_j^g|}, 0,99995 \right]$$
(2.15)

Новые значения переменных определяются по формулам:

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_i + \alpha^p \Delta x_i, \\ s_{j+1} &= s_j + \alpha^p \Delta s_j, \\ \lambda_{j+1}^g &= \lambda_j^g + \alpha^d \Delta \lambda_j^g, \\ \lambda_{i+1}^h &= \lambda_i^h + \alpha^d \Delta \lambda_i^h. \end{aligned}$$
(2.16)

Таким образом, величина шага по модулю не может быть больше текущей величины контролируемой переменной и, следовательно, перемены знака не произойдет.

2.2 Модификация МВТ для улучшения сходимости

Вычисление Δu из (2.13) требует факторизации матрицы коэффициентов и решения двух СЛУ, полученных в результате триангуляции матрицы. Задача разложения матрицы является намного более затратной, нежели решение двух треугольных СЛУ. Таким образом, быстродействие алгоритма МВТ может быть увеличено за счет снижения числа разложений матрицы коэффициентов до необходимого минимума даже при увеличении «стоимости» одной итерации. Это основная идея алгоритма Мехротры (Mehrotra's predictor–corrector IP method) [74].

Такой подход вычисляет более подходящее направление за счет расчета двух систем линейных уравнений на каждой итерации. Два решения систем уравнений, которые определяются как шаги предсказателя и корректора (predictor-corrector), используют одну матрицу коэффициентов с различными правыми частями уравнений. Таким образом, требуется только одно разложение на треугольные составляющие и немного дополнительной работы по вычислению шага корректора по уже вычисленным коэффициентам разложения на шаге предсказателя. Эффективность поиска обеспечивается тем фактом, что вместо линейной аппроксимации (2.13) метод использует компоненты аппроксимации более высокого порядка для уравнений (2.10) в виде

$$\begin{bmatrix} \lambda G^- & 0 & S^- & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda G^+ & S^+ & S^+ & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & J_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_h^t & H_L & J_g^t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_g & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta s^- \\ \Delta s^+ \\ \Delta \lambda^{g^-} \\ \Delta \lambda^{g^+} \\ \Delta x \\ \Delta \lambda \end{pmatrix} = \tag{2.17}$$

$$= - \begin{pmatrix} \lambda^{g^-} S^- \\ \lambda^{g^+} S^+ \\ s^+ + s^- - x^+ + x^- \\ x + s^+ - x^+ \\ \nabla F(x) + J_h \lambda_j^h + J_g \lambda_j^g \\ h_i(x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mu_k e \\ \mu_k e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Delta s^- \Delta \lambda^{g^-} \\ \Delta s^+ \Delta \lambda^{g^+} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Основная разница между системами (2.13) и (2.17) заключается в том, что вектор правых частей (2.17) не может быть определен заранее, так как компоненты $\Delta s^- \Delta \lambda^{g^-}$ и $\Delta s^+ \Delta \lambda^{g^+}$ неизвестны. В итоге направление Δy состоит из трех компонент

$$\Delta y = \Delta y_{af} + \Delta y_{ce} + \Delta y_{co}, \tag{2.18}$$

где

Δy_{af} – аффинное направление,

Δy_{ce} – центральный путь,

Δy_{co} – корректирующее направление,

определяемые первым, вторым и третьим векторами правых частей уравнения (2.17) соответственно.

Для приблизительного решения (2.17), во-первых, необходимо обнулить μ и Δ -составляющие правых частей уравнения (2.17) и решить систему для получения аффинного направления, которое затем используется в двух целях: а) для вычисления Δ -составляющих в правой части (2.17) и б) для динамической оценки μ_{k+1} .

Для оценки μ_{k+1} рассматривается стандартное определение длины шага (2.15), актуальное при использовании аффинного направления Δy_{af} . Затем определяется p_{af} для p_{k+1} из

$$p_{af} = (s_k^- + \alpha^p \Delta s_{af}^-)^t (\lambda^{g^-} + \alpha^p \Delta \lambda_{af}^{g^-}) + (s_k^+ + \alpha^p \Delta s_{af}^+)^t (\lambda^{g^+} + \alpha^p \Delta \lambda_{af}^{g^+}) \tag{2.19}$$

В итоге, оценка μ_{af} для μ_{k+1} получается из

$$\mu_{af} = \min \left\{ \left(\frac{p_{af}}{p_k} \right)^2, \sigma \right\} \frac{p_{af}}{M}. \quad (2.20)$$

Эта процедура выбирает меньшее μ_{af} , если направление Δu_{af} приводит к значительному ослаблению условий дополняющей нежесткости (такому, что $p_{af} \ll p_k$), и выбирает больший μ_{af} в противном случае.

В шаге корректора вместо вычисления комбинации аффинной, центральной и корректирующей составляющих вычисляется общее направление Δu из

$$\begin{bmatrix} \lambda G^- & 0 & S^- & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda G^+ & S^+ & S^+ & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & J_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_h^t & H_L & J_g^t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_g & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta s^- \\ \Delta s^+ \\ \Delta \lambda^{g^-} \\ \Delta \lambda^{g^+} \\ \Delta x \\ \Delta \lambda \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \lambda^{g^-} S^- - \mu_{af} e + \Delta s^- \Delta \lambda^{g^-} \\ \lambda^{g^+} S^+ - \mu_{af} e + \Delta s^+ \Delta \lambda^{g^+} \\ s^+ + s^- - x^+ + x^- \\ x + s^+ - x^+ \\ \nabla F(x) + J_h \lambda_j^h + J_g \lambda_j^g \\ h_i(x) \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

К достоинствам метода относится общее снижение числа итераций и общего времени расчета, что покрывает издержки, связанные с дополнительным решением СЛУ с уже факторизованной матрицей для получения аффинной траектории.

2.3 Функциональные ограничения

Функциональные ограничения – это ограничения, накладываемые на функцию от переменных. В задачах оптимизации электрических режимов в качестве таких ограничений выступают, например, ограничения на переток мощности по линиям и сечениям. Функциональные ограничения в рассматриваемых задачах обычно нелинейные.

$$\min \leq f(x) \leq \max \quad (2.22)$$

Учет функциональных ограничений в явном виде, то есть наложение ограничений непосредственно на функциональные зависимости в ЦФ, связан с усложнением вида первых и вторых производных функции Лагранжа. Такой подход довольно трудно поддается алгоритмизации.

Альтернативным методом учета функциональных ограничений является введение новых дополнительных переменных. Дополнительная переменная x_{func} выражается через переменные режима добавлением соответствующего ограничения типа равенство, а ограничения накладываются уже на новую переменную

$$\begin{aligned} x_{func} &= f(x) \\ \min &\leq x_{func} \leq \max \end{aligned} \quad (2.23)$$

Ограничения учитываются также, как и для обычной переменной. Такой прием прост в реализации и легко вписывается в классические методы оптимизации. Основным достоинством способа является меньшее усложнение вида ЦФ и соответствующих производных по входящим в ограничение переменным. В качестве платы за это выступает необходимость введения новых переменных, что приводит к увеличению размерности. Для каждой переменной, ограниченной в форме неравенства, требуется ввести еще четыре дополнительных переменных (λ^-, λ^+) и (s^-, s^+) , тем не менее, этот способ выглядит куда предпочтительней.

2.4 Разделение переменных на физические и элементарные

Развивая тематику алгоритмизации и унификации оптимизационной задачи в представленной работе предлагается разделить используемые переменные на физические и элементарные. Под физическими переменными подразумеваются классические переменные электрического режима: модули и углы напряжений, коэффициенты трансформации, нагрузки и генерации, а также дополнительные функциональные переменные. Элементарные переменные являются сугубо вычислительными и не связаны непосредственно с какими-либо физическими параметрами. Физические переменные состоят из суммы элементарных переменных, способы определения зависимостей физических и элементарных переменных будут показаны далее, пока что предлагается представлять физическую переменную состоящей из соответствующей ей единственной элементарной.

С точки зрения реализации такой приём позволит унифицировать задачу и исключить использование традиционных физических переменных в вычислительной части. Это с одной стороны позволяет не только использовать различные виды ЦФ в рамках единого метода решения, но также обеспечивает возможность их динамического изменения в процессе расчета, а с другой стороны унифицирует задачу. Унифицированная модель существенно упрощает реализацию алгоритмов оптимизации и позволяет разработать единый расчетный блок без привязки к какому-то определенному виду ЦФ.

В данной работе предлагается следующий подход к формированию оптимизационной задачи. В предлагаемом методе минимизируется функция вида

$$\min F = \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^K \alpha y_{ik}^2 + b y_{ik} + c \quad (2.24)$$

при наличии двусторонних ограничений на переменные

$$y_{ik}^{\min} \leq y_{ik} \leq y_{ik}^{\max}. \quad (2.25)$$

Переменные y_{ik} называются элементарными ограниченными переменными. Реальная физическая переменная x_i является суммой элементарных:

$$x_i = \sum_k y_{ik} + c_i. \quad (2.26)$$

Такой подход позволяет учитывать кусочно-квадратичные ограничения для физических переменных и получать разные виды ЦФ для различных интервалов изменения переменной в ходе расчета оптимизационной задачи.

Непосредственно на физические переменные в явном виде не накладывается никаких ограничений типа неравенство, и они не входят в целевую функцию. Все элементарные переменные связаны с физическими соотношением (2.26), необходимо отметить, что физическая переменная все же может и не состоять из элементарных в случаях отсутствия связанных с ней ограничений. Ограничения типа равенство, а в нашем случае это уравнения узловых напряжений, записанные для всех узлов электрической сети, включая балансирующий, содержат только физические переменные:

$$h_j(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = 0, \quad j = 1, \dots, m. \quad (2.27)$$

Рассмотрим четыре основных частных случая задания целевой функции для отдельных физических переменных.

1. Минимум квадрата отклонения от измеренного значения (МВНК)

В этом случае физическая переменная состоит только из одной элементарной переменной, имеющей ограничения (2.25), и в целевую функцию она попадает в виде:

$$\min F = \alpha(y_1 - x^0)^2. \quad (2.28)$$

Ее производная

$$\frac{dF}{dy_1} = 2\alpha(y_1 - x^0) \quad (2.29)$$

показана на рисунке 2.2, а. Переменная вычисляется как

$$x = y_1. \quad (2.30)$$

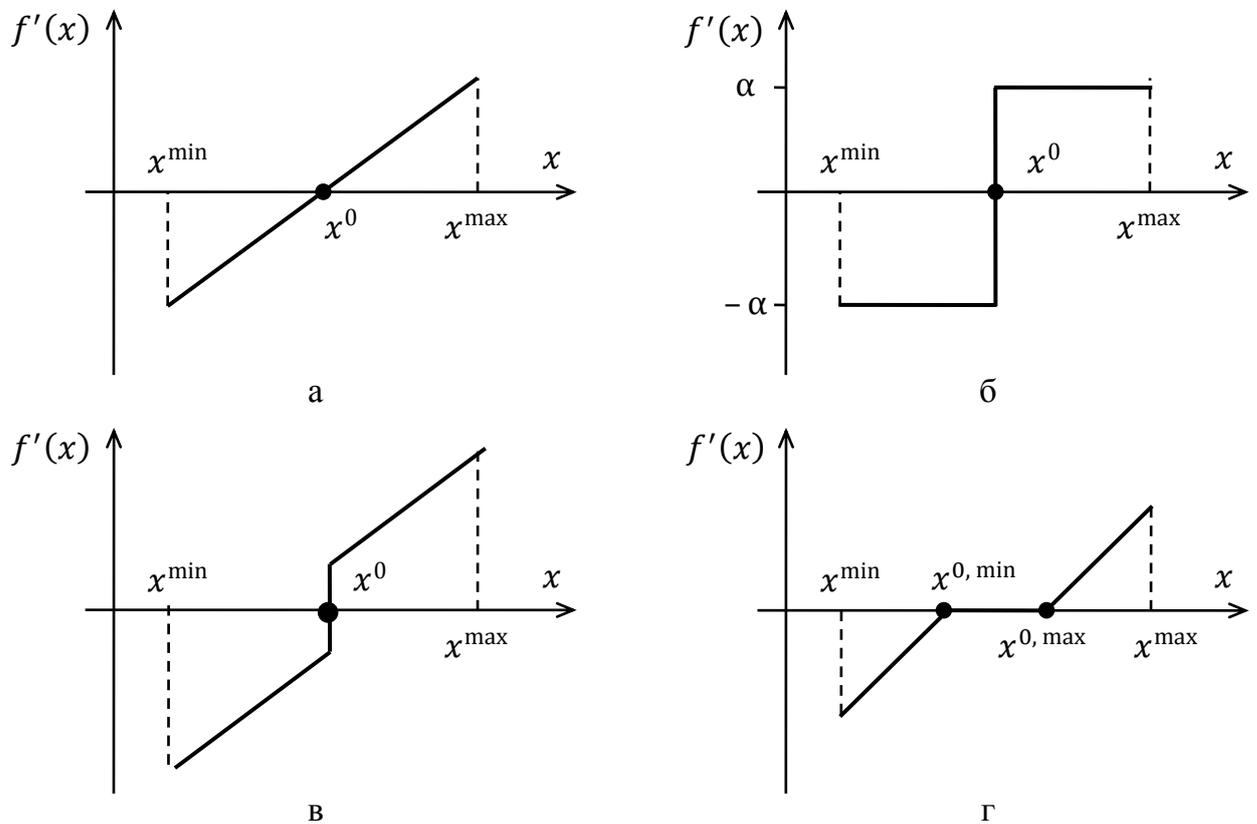


Рисунок 2.2 - Производные целевых функций

2. Минимум модуля отклонения (МНМ)

В этом случае, при классическом подходе к раскрытию модуля, ЦФ распадается на две независимых функции, в каждую из которых входит по одной элементарной переменной. Физическая переменная равна одной из элементарных переменных. Ограничения (2.25) в общем случае имеют вид:

$$\begin{aligned} x^{\min} &\leq y_1 \leq x^0, \\ x^0 &\leq y_2 \leq x^{\max}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Целевая функция в таком случае будет иметь вид

$$\min F = \begin{cases} -\alpha(y_1 - x^0), & x^{\min} \leq y_1 \leq x^0; \\ \alpha(y_2 - x^0), & x^0 \leq y_2 \leq x^{\max}. \end{cases} \quad (2.32)$$

Заменяя ограничения (2.31) на

$$\begin{aligned} x^{\min} &\leq y_1 \leq x^0, \\ 0 &\leq y_2 \leq x^{\max} - x^0, \end{aligned} \quad (2.33)$$

можно минимизировать единственную функцию суммы

$$\min F = -\alpha y_1 + \alpha y_2. \quad (2.34)$$

Уравнение (2.26) в таком случае принимает вид

$$x = y_1 + y_2. \quad (2.35)$$

Производная функции (2.35) показана на рисунке 2.2, б.

3. Минимум квадратов отклонения с «мертвой» зоной

Используются две элементарные переменные, задаваемые аналогично (2.35).

Целевая функция

$$F(y_1, y_2) = -\alpha_1 y_1 + \alpha_1 y_2 + \alpha_2 (y_1 - x^0)^2 + \alpha_2 y_2^2. \quad (2.36)$$

Производная целевой функции представлена на рисунке 2.2, в.

4. Минимум квадратов отклонения с зоной неопределенности

В этом случае переменная задается зоной неопределенности (x_{\min}^0, x_{\max}^0) , находящейся внутри допустимой области. Для моделирования используются три элементарных переменных y_1, y_2, y_3 :

$$\begin{aligned} x_{\min} &\leq y_1 \leq x_{\min}^0, \\ 0 &\leq y_2 \leq x_{\max}^0 - x_{\min}^0, \\ 0 &\leq y_3 \leq x_{\max} - x_{\max}^0. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Уравнение (2.26) имеет вид

$$x = y_1 + y_2 + y_3, \quad (2.38)$$

а оптимизационная задача формулируется как:

$$\min F = \alpha (y_1 - x_{\min}^0)^2 + \alpha y_3^2. \quad (2.39)$$

Производная целевой функции показана на рисунке 2.2, г.

Допускается задание нулевого весового коэффициента. В этом случае имеем ограниченную переменную, которая не входит в целевую функцию.

Модель физической переменной, характеристика которой задана в виде кусочно-линейной функции, представлена в виде совокупности элементарных

переменных, каждая из которых соответствует одному отрезку характеристики (Рисунок 2.3).

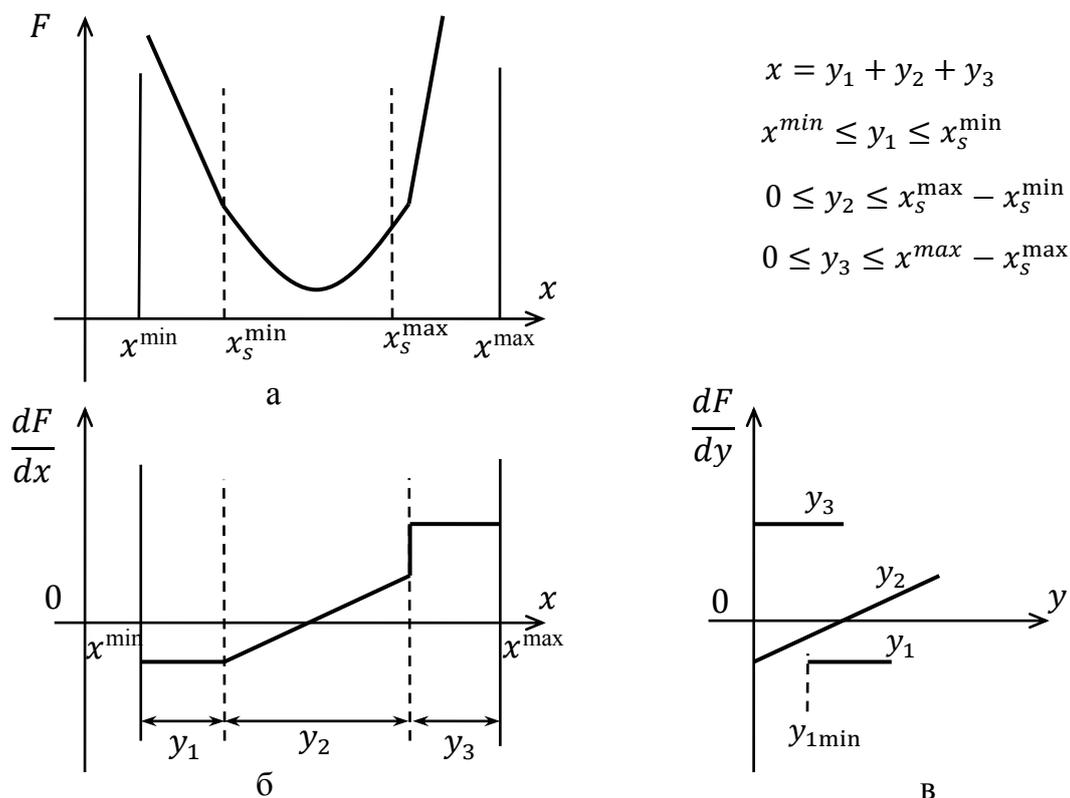
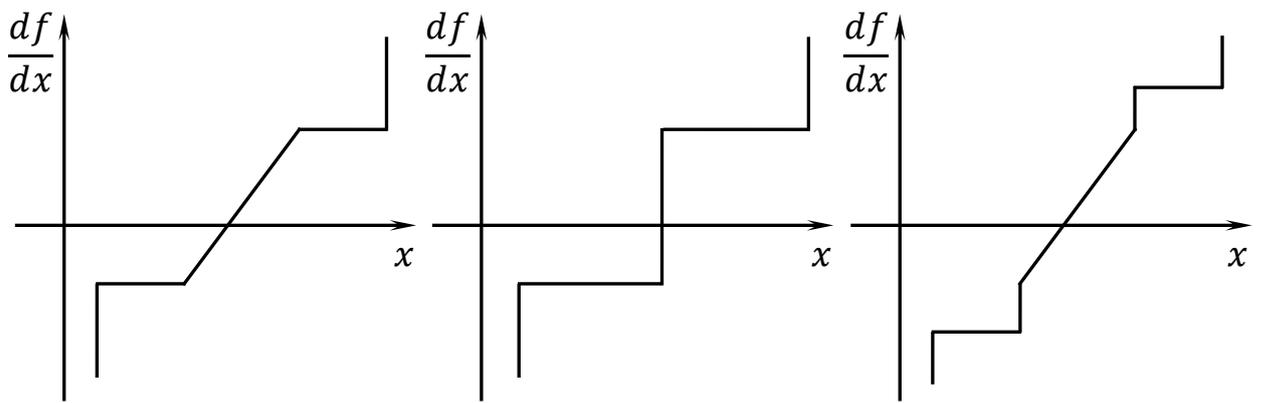


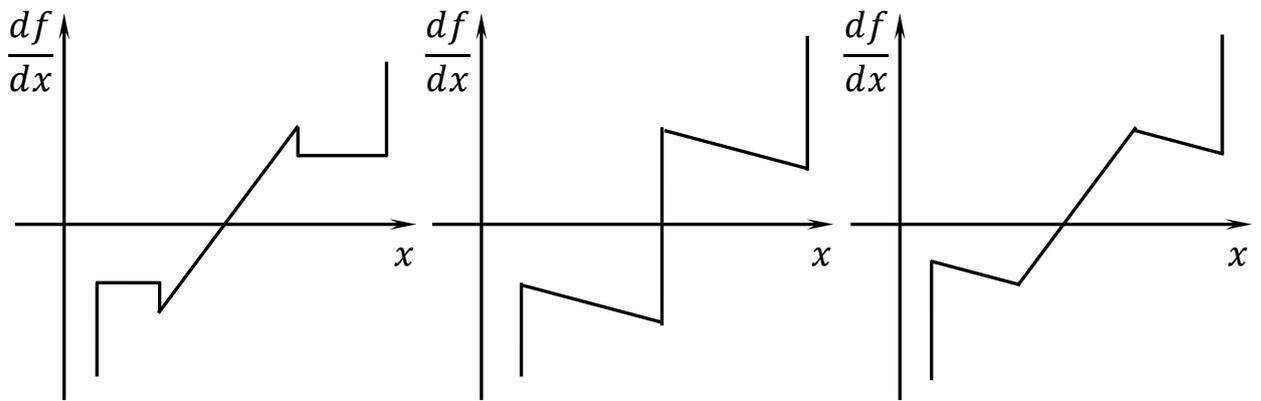
Рисунок 2.3 - Переход от физической переменной к моделям элементарных:
 а) исходная ЦФ переменной; б) вид производной ЦФ;
 в) элементарные переменные

Пример модели, приведенной на рисунке 2.3, демонстрирует возможность одновременного использования гладких выпуклых и линейных функций в итоговой ЦФ, а также способ моделирования ступенчатых изменений стоимости ЦФ. Использование гладких или линейных функций переменных лежит в основе большинства оптимизационных методов, таких как МВНК или МНМ, применяемых в задаче ОС. Дискретное регулирование позволяет моделировать УВ в виде ОГ или ОН, что особенно актуально для задачи ВРДО.

При использовании кусочно-квадратичного задания к ЦФ предъявляется требование **неубывающей производной**, выполнение которого гарантирует наличие единственного минимума ЦФ. Возможные варианты производных допустимых и недопустимых ЦФ показаны на рисунке 2.4.



Производные допустимых целевых функций



Производные недопустимых целевых функций

Рисунок 2.4 - Допустимые и недопустимые виды производных ЦФ

2.5 Пример формирования целевой функции

В качестве приложения представленной выше теории к практическим задачам электроэнергетики и для лучшего понимания механизма разделения переменных на физические, функциональные и элементарные предлагается рассмотреть пример записи измерения напряжения в ЦФ и формирования системы уравнений. Напряжение является физической переменной, состоящей из одной элементарной, поэтому моделировать измерение будем по квадратичному критерию (2.28). На все элементарные переменные (в данном случае одну) налагаются ограничения вида (2.25). В итоге функция Лагранжа, составленная для одной переменной, примет вид:

$$\begin{aligned}
 L(V, y_1, \lambda_h, \lambda_{1\min}, \lambda_{1\max}, s_{1\min}, s_{1\max}) = & F(V) + \lambda_h h_1(V, y_1) + \\
 & + \lambda_{1\min} g_{1\min}(y_1, s_{1\min}) + \lambda_{1\max} g_{1\max}(y_1, s_{1\max}) - \\
 & - \mu(\lambda_{1\min}, \lambda_{1\max}, s_{1\min}, s_{1\max})(\ln s_{1\min} + \ln s_{1\max}),
 \end{aligned}
 \tag{2.40}$$

где

$$\begin{aligned}
F(V) &= (V - V_0)^2; \\
h_1(V, y_1) &= V - y_1; \\
g_{1\min}(y_1, s_{1\min}) &= -y_1 + y_{1\min} + s_{1\min}; \\
g_{1\max}(y_1, s_{1\max}) &= y_1 - y_{1\max} + s_{1\max}; \\
\mu(\lambda_{1\min}, \lambda_{1\max}, s_{1\min}, s_{1\max}) &= \frac{\sigma}{2N} (\lambda_{1\min}s_{1\min} + \lambda_{1\max}s_{1\max}).
\end{aligned} \tag{2.41}$$

Таким образом, для физической переменной, состоящей из одной элементарной, требуется введение шести дополнительных переменных, по каждой из которых необходимо найти частную производную функции Лагранжа для формирования системы уравнений

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial V} &= 2(V - V_{\text{изм}}) + \lambda_{1\max} - \lambda_{1\min} + \lambda_h \cdot 1; \\
\frac{\partial L}{\partial y_1} &= -\lambda_h + \lambda_{1\max} - \lambda_{1\min}; \\
\frac{\partial L}{\partial \lambda_h} &= h_1(V, y_1); \\
\frac{\partial L}{\partial \lambda_{1\max}} &= g_{1\max}(y_1, s_{1\max}); \\
\frac{\partial L}{\partial \lambda_{1\min}} &= g_{1\min}(y_1, s_{1\min}); \\
\frac{\partial L}{\partial s_{1\max}} &= \lambda_{1\max}s_{1\max} - \mu(\lambda_{1\min}, \lambda_{1\max}, s_{1\min}, s_{1\max}); \\
\frac{\partial L}{\partial s_{1\min}} &= \lambda_{1\min}s_{1\min} - \mu(\lambda_{1\min}, \lambda_{1\max}, s_{1\min}, s_{1\max}).
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Для формирования переменных потоков мощности по линиям, являющихся функциями от напряжений и углов по концам линии, вводятся дополнительные переменные. На такие переменные налагаются ограничения в форме равенства, отражающие функциональную зависимость, кроме того, эти переменные разбиваются на сумму элементарных, на которые накладываются ограничения в форме неравенств. Для формирования переменной потока активной мощности в начале линии ограничения (2.31) преобразуются к виду

$$\begin{aligned}
F(P_\ell) &= (P_\ell - P_0)^2; \\
h_1(P_\ell, y_1) &= P_\ell - y_1; \\
hP_\ell(P_\ell, V_i, V_j, \delta_i, \delta_j) &= P_\ell - V_i^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}); \\
g_{1\min}(y_1, s_{1\min}) &= -y_1 + y_{1\min} + s_{1\min}; \\
g_{1\max}(y_1, s_{1\max}) &= y_1 - y_{1\max} + s_{1\max}; \\
\mu(\lambda_{1\min}, \lambda_{1\max}, s_{1\min}, s_{1\max}) &= \frac{\sigma}{2N} (\lambda_{1\min} s_{1\min} + \lambda_{1\max} s_{1\max}).
\end{aligned} \tag{2.43}$$

Система уравнений (2.42) дополнилась уравнением частной производной по введенной переменной для уравнения функциональной связи этой переменной.

2.6 Адаптация МВТ для задач оптимизации

В общем виде для решения задачи

$$\min F = \sum_i f_i(x_i). \tag{2.44}$$

При наличии ограничений в виде равенств и неравенств

$$h_j(x) = 0; \tag{2.45}$$

$$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} \tag{2.46}$$

методом внутренней точки можно сформировать ряд требований:

1. Целевая функция является сепарабельной, т. е. производная по любому x_i зависит только от этой переменной:

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = \frac{\partial f_i(x_i)}{\partial x_i} = p_i(x_i). \tag{2.47}$$

Появления несепарабельных составляющих легко избежать с помощью дополнительных переменных. Например, при наличии в целевой функции нелинейной зависимости от двух переменных – $f_k(x_1, x_2)$ – вводим дополнительную переменную:

$$x_{k+1} = f_k(x_1, x_2). \tag{2.48}$$

Добавляем x_{k+1} в целевую функцию (2.44), а выражение (2.48) – в ограничения типа равенство (2.45). Отметим, что такой прием хотя и приводит к увеличению общего числа переменных, позволяет значительно снизить заполнение матрицы вторых производных, используемой при решении.

2. Ограничения типа неравенство накладываются только на простые (элементарные) переменные. Функциональные ограничения типа неравенство, при их наличии, исключаются аналогично – вводом дополнительных переменных.
3. Все переменные, входящие в целевую функцию, должны быть ограниченными, т. е. входить в (2.46). Это позволяет использовать более широкие возможности при задании целевой функции. В задаче есть и неограниченные переменные, входящие в ограничения типа равенство (2.45).
4. Целевая функция для отдельной переменной в общем случае имеет вид

$$f_i(x_i) = ax_i^2 + bx_i + c \quad (2.49)$$

и производную

$$p_i(x_i) = \frac{\partial f}{\partial x_i} = 2ax_i + b. \quad (2.50)$$

Отметим, что оптимизация должна выполняться и для случаев $b = 0$ или $a = 0$.

Случай $b = 0$ – чисто квадратичная оптимизация (минимизация второй нормы вектора).

Случай $a = 0$ – (минимизация первой нормы вектора) в этом частном случае решение обычно находится при $x = x^{\min}$ или $x = x^{\max}$ (кстати, в этом состоит причина, почему переменные, входящие в целевую функцию, должны быть ограниченными).

С учетом всего вышесказанного составляется функция Лагранжа

$$L = \sum_i \left[\sum_k \left((ay_{ik}^2 + by_{ik} + c) + \lambda_{ik}^{\max}(y_{ik} - y_{ik}^{\max} + s_{ik}^{\max}) + \lambda_{ik}^{\min}(-y_{ik} + y_{ik}^{\min} + s_{ik}^{\min}) \right) - \mu \sum_k (\ln s_{ik}^{\max} + \ln s_{ik}^{\min}) + \lambda_i^x \left(x_i - \sum_k y_{ik} \right) \right] + \sum_j \lambda_j h_j(x_i). \quad (2.51)$$

Для решения задачи обобщенным методом Ньютона находятся производные (2.51) по всем переменным. Полученные уравнения приравниваются к нулю

$$\begin{aligned}
N_{ik}^{S \max} &= \frac{\partial L}{\partial s_{ik}^{\max}} = \lambda_{ik}^{\max} s_{ik}^{\max} - \mu = 0; \\
N_{ik}^{\lambda \max} &= \frac{\partial L}{\partial \lambda_{ik}^{\max}} = y_{ik} - y_{ik}^{\max} + s_{ik}^{\max} = 0; \\
N_{ik}^{S \min} &= \frac{\partial L}{\partial s_{ik}^{\min}} = \lambda_{ik}^{\min} s_{ik}^{\min} - \mu = 0; \\
N_{ik}^{\lambda \min} &= \frac{\partial L}{\partial \lambda_{ik}^{\min}} = -y_{ik} + y_{ik}^{\min} + s_{ik}^{\min} = 0; \\
N_i^{\lambda x} &= \frac{\partial L}{\partial \lambda_i^x} = x_i - \sum_k y_{ik} = 0; \\
N_{ik}^y &= \frac{\partial L}{\partial y_{ik}} = p(y_{ik}) + \lambda_{ik}^{\max} - \lambda_{ik}^{\min} - \lambda_i^x = 0; \\
N_i^x &= \frac{\partial L}{\partial x_i} = \lambda_i^x + \sum_j \lambda_j \frac{\partial h_j(x_i)}{\partial x_i} = 0; \\
N_i^\lambda &= \frac{\partial L}{\partial \lambda_j} = h_j(x_i) = 0.
\end{aligned} \tag{2.52}$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned}
f(x_0 + \Delta x) &\approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x; \\
f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) &\approx f(x_0, y_0) + \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \Delta y,
\end{aligned} \tag{2.53}$$

линеаризация системы (2.52) дает

$$N_{ik}^{S \max} = \lambda_{ik}^{\max} \Delta s_{ik}^{\max} + \Delta \lambda_{ik}^{\max} s_{ik}^{\max}; \tag{2.54}$$

$$N_{ik}^{\lambda \max} = \Delta y_{ik} + \Delta s_{ik}^{\max};$$

$$N_{ik}^{S \min} = \lambda_{ik}^{\min} \Delta s_{ik}^{\min} + \Delta \lambda_{ik}^{\min} s_{ik}^{\min}; \tag{2.55}$$

$$N_{ik}^{\lambda \min} = -\Delta y_{ik} + \Delta s_{ik}^{\min};$$

$$N_i^{\lambda x} = \Delta x_i - \sum_k \Delta y_{ik}; \tag{2.56}$$

$$N_{ik}^y = \frac{\partial p(y_{ik})}{\partial y_{ik}} \Delta y_{ik} + \Delta \lambda_{ik}^{\max} - \Delta \lambda_{ik}^{\min} - \Delta \lambda_i^x; \tag{2.57}$$

$$N_i^x = \Delta \lambda_i^x + \sum_k \left(\sum_j \lambda_j \frac{\partial^2 h_j(x_i)}{\partial x_i \partial x_k} \right) \Delta x_k + \sum_j \frac{\partial h_j(x_i)}{\partial x_i} \Delta \lambda_j;$$

$$N_i^\lambda = \sum_k \frac{\partial h_j(x_i)}{\partial x_k}. \tag{2.58}$$

Целесообразно предварительно перед расчетом невязок уравнений (2.52) исключить вспомогательные переменные, связанные с ограниченными переменными. В частном случае, когда физическая переменная состоит только из одной элементарной переменной, например, при моделировании переменных как в (2.30), получим:

$$\begin{aligned}\Delta s_{ik}^{\max} &= N_{ik}^{\lambda \max} - \Delta y_{ik}; \\ \Delta s_{ik}^{\min} &= N_{ik}^{\lambda \min} + \Delta y_{ik};\end{aligned}\tag{2.59}$$

$$\begin{aligned}\Delta \lambda_{ik}^{\max} &= \frac{N_{ik}^{s \max} - \lambda_{ik}^{\max} \Delta s_{ik}^{\max}}{s_{ik}^{\max}} = \\ &= \frac{\lambda_{ik}^{\max} s_{ik}^{\max} - \mu - \lambda_{ik}^{\max} (y_{ik} - y_{ik}^{\max} + s_{ik}^{\max} - \Delta y_{ik})}{s_{ik}^{\max}} = \\ &= \frac{-\lambda_{ik}^{\max} (y_{ik} - y_{ik}^{\max})}{s_{ik}^{\max}} - \frac{\mu}{s_{ik}^{\max}} + \frac{\lambda_{ik}^{\max}}{s_{ik}^{\max}} \Delta y_{ik} = -R^{\max}(y_{ik}) + \frac{\lambda_{ik}^{\max}}{s_{ik}^{\max}} \Delta y_{ik},\end{aligned}$$

где

$$R^{\max}(y_{ik}) = \frac{\lambda_{ik}^{\max} (y_{ik} - y_{ik}^{\max})}{s_{ik}^{\max}} + \frac{\mu}{s_{ik}^{\max}},\tag{2.60}$$

аналогично получаем

$$\begin{aligned}\Delta \lambda_{ik}^{\min} &= \frac{N_{ik}^{s \min} - \lambda_{ik}^{\min} \Delta s_{ik}^{\min}}{s_{ik}^{\min}} = \\ &= \frac{\lambda_{ik}^{\min} s_{ik}^{\min} - \mu - \lambda_{ik}^{\min} (-y_{ik} + y_{ik}^{\min} + s_{ik}^{\min} + \Delta y_{ik})}{s_{ik}^{\min}} = \\ &= \frac{-\lambda_{ik}^{\min} (-y_{ik} + y_{ik}^{\min})}{s_{ik}^{\min}} - \frac{\mu}{s_{ik}^{\min}} - \frac{\lambda_{ik}^{\min}}{s_{ik}^{\min}} \Delta y_{ik} = -R^{\min}(y_{ik}) - \frac{\lambda_{ik}^{\min}}{s_{ik}^{\min}} \Delta y_{ik}.\end{aligned}$$

В итоге, с учетом уравнений (2.57), получим

$$\begin{aligned}
N_{ik}^y + N_i^x &= \\
&= \frac{\partial p(y_{ik})}{\partial y_{ik}} \Delta y_{ik} + \left(-R^{\max}(y_{ik}) + \frac{\lambda_{ik}^{\max}}{s_{ik}^{\max}} \Delta y_{ik} \right) - \left(-R^{\min}(y_{ik}) - \frac{\lambda_{ik}^{\min}}{s_{ik}^{\min}} \Delta y_{ik} \right) + \\
&+ \sum_k^N \left(\sum_j^M \lambda_j \frac{\partial^2 h_j(x_i)}{\partial x_i \partial x_k} \right) \Delta x_k + \sum_j^M \frac{\partial h_j(x_i)}{\partial x_i} \Delta \lambda_j = \\
&= d \Delta y_{ik} - R(y_{ik}) + \sum_k^N \left(\sum_j^M \lambda_j \frac{\partial^2 h_j(x_i)}{\partial x_i \partial x_k} \right) \Delta x_k + \sum_j^M \frac{\partial h_j(x_i)}{\partial x_i} \Delta \lambda_j,
\end{aligned} \tag{2.61}$$

$$d \Delta y_{ik} + \sum_k^N \left(\sum_j^M \lambda_j \frac{\partial^2 h_j(x_i)}{\partial x_i \partial x_k} \right) \Delta x_k + \sum_j^M \frac{\partial h_j(x_i)}{\partial x_i} \Delta \lambda_j = N_{ik}^y + N_i^x + R(y_{ik}),$$

где

$$d = \frac{\partial p(y_{ik})}{\partial y_{ik}} + \frac{\lambda_{ik}^{\max}}{s_{ik}^{\max}} + \frac{\lambda_{ik}^{\min}}{s_{ik}^{\min}};$$

$$R(y_{ik}) = R^{\max}(y_{ik}) - R^{\min}(y_{ik}).$$

Таким образом, учет ограниченности переменной, присутствующей в ЦФ, сводится к корректировке диагонального коэффициента и небалансов в (2.61). Значения Δs^{\min} , Δs^{\max} , $\Delta \lambda^{\min}$, $\Delta \lambda^{\max}$ определяются после решения СЛУ подстановкой в (2.54)–(2.58). Отметим, что диагональный коэффициент в (2.61) не равен нулю во всех случаях, что позволяет упростить алгоритм упорядочения при решении СЛУ.

На каждой итерации метода Ньютона решается система вида

$$d \Delta x_i + \sum_k^N \left(\sum_j^M \lambda_j \frac{\partial^2 h_j(x_i)}{\partial x_i \partial x_k} \right) \Delta x_k + \sum_j^M \frac{\partial h_j(x_i)}{\partial x_i} \Delta \lambda_j = N_i^x, \tag{2.62}$$

$$\sum_k^N \frac{\partial h_j(x_i)}{\partial x_k} \Delta x_k = N_i^\lambda. \tag{2.63}$$

Или в матричной форме

$$\begin{bmatrix} H & J^t \\ J & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N^x \\ N^\lambda \end{bmatrix}, \quad (2.64)$$

где H – матрица Гессе; J – матрица Якоби; Δx – приращения неизвестных; $\Delta \lambda$ – приращения множителей Лагранжа; N^x, N^λ – невязки.

Для уравнений баланса активной и реактивной мощности неизвестными являются модуль и угол напряжения (во всех узлах, кроме базисного) и множители Лагранжа. Матрица представляется в блочном виде, и каждый элемент имеет вид микроматрицы размером 4×4 . Диагональный элемент вычисляется по (2.65). Есть ряд переменных, которые входят только в одно уравнение, и их целесообразно исключить до решения основной системы уравнений. Например, переменная активной нагрузки узла (P_i) входит только в одно уравнение:

$$\varphi_i(V, \delta) - P_i = 0.$$

Целесообразно такую неизвестную исключить из общей системы уравнений, что приведет к появлению дополнительного элемента d_i^P в диагональном элементе (2.65) для системы (2.64) и коррекции правых частей уравнения.

Матрица H , входящая в (2.64), имеет такую же структуру расположения ненулевых элементов, что и матрица J , и соответственно матрица узловых проводимостей. Поэтому, используя представление элемента матрицы (2.52) в виде микро-матрицы максимальным размером (4×4), можно свести процедуру решения (2.64) к хорошо отработанной процедуре решения системы линейных уравнений, используемой в задаче расчета установившихся режимов

$$\begin{bmatrix}
\left[\begin{array}{cc}
d_i^\delta + \sum_{j \in A_i} \lambda_j^\varphi \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial \delta_i^2} + \sum_{j \in A_i} \lambda_j^\psi \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial \delta_i^2} & \frac{\partial \varphi_i}{\partial \delta_i} \\
\frac{\partial \varphi_i}{\partial \delta_i} & d_i^p
\end{array} \right] & \left[\begin{array}{cc}
\sum_{j \in A_i} \lambda_j^\varphi \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial V_i \partial \delta_i} + \sum_{j \in A_i} \lambda_j^\psi \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial V_i \partial \delta_i} & \frac{\partial \psi_i}{\partial \delta_i} \\
\frac{\partial \varphi_i}{\partial V_i} & d_i^{\text{tg}}
\end{array} \right] \\
\left[\begin{array}{cc}
\sum_{j \in A_i} \lambda_j^\varphi \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial V_i \partial \delta_i} + \sum_{j \in A_i} \lambda_j^\psi \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial V_i \partial \delta_i} & \frac{\partial \varphi_i}{\partial V_i} \\
\frac{\partial \psi_i}{\partial \delta_i} & d_i^{\text{tg}}
\end{array} \right] & \left[\begin{array}{cc}
d_i^V + \sum_{j \in A_i} \lambda_j^\varphi \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial V_i^2} + \sum_{j \in A_i} \lambda_j^\psi \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial V_i^2} & \frac{\partial \psi_i}{\partial V_i} \\
\frac{\partial \psi_i}{\partial V_i} & d_i^p
\end{array} \right]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Delta \delta_i \\
\Delta \lambda_i^\varphi \\
\Delta V_i \\
\Delta \lambda_i^\psi
\end{bmatrix}, \quad (2.65)$$

где d_i – добавки к диагональным элементам, обусловленные наличием ограничений соответствующего типа; φ_j, ψ_j – уравнения баланса активной и реактивной мощности.

2.7 Метод Ньютона в задаче расчета установившихся режимов

О методе Ньютона и его применении для расчета УР написано огромное количество книг и статей. Метод с различными его модификациями признан основным в большинстве промышленных программ оптимизации и расчета УР. Одним из наиболее полных источников является монография [52]. Поэтому здесь приводится лишь краткое изложение одной из вариаций метода расчета УР. Рассмотрим УУР в форме баланса мощностей в полярной системе координат

$$\begin{aligned} \Delta P_k(P_k, V, \delta) &= P_k - V_k^2 G_{kk} - V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}) = 0, \\ k &\in PV + PQ; \\ \Delta Q_k(Q_k, V, \delta) &= Q_k + V_k^2 B_{kk} + V_k \sum_{m \in k} V_m (B_{km} \cos \delta_{km} - G_{km} \sin \delta_{km}) = 0, \\ k &\in PQ, \end{aligned} \quad (2.66)$$

где $\delta_{km} = \delta_k - \delta_m$.

Представим систему (2.54) в векторной форме

$$\begin{aligned} \Delta P(P, V, \delta) &= 0, \\ \Delta Q(Q, V, \delta) &= 0. \end{aligned} \quad (2.67)$$

С учетом того, что неизвестными являются V и δ , линеаризация системы (2.66) дает

$$\begin{matrix} n_{PV+PQ} \\ n_{PQ} \end{matrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial \Delta P / \partial \delta}{\partial \Delta Q_{PQ} / \partial \delta} & \vdots & \frac{\partial \Delta P / \partial V}{\partial \Delta Q_{PQ} / \partial V} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} |\Delta \delta| \\ |\Delta V| \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{vmatrix}, \quad (2.68)$$

где элементы подматриц матрицы Якоби находятся из выражений

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \Delta P}{\partial \delta} \right)_{km} &= \frac{\partial \Delta P_k}{\partial \delta_m} = \begin{cases} V_k V_m (-G_{km} \sin \delta_{km} + B_{km} \cos \delta_{km}), & k \neq m; \\ V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \sin \delta_{km} - B_{km} \cos \delta_{km}), & k = m; \end{cases} \\ \left(\frac{\partial \Delta P}{\partial V} \right)_{km} &= \frac{\partial \Delta P_k}{\partial V_m} \Big|_{m \in PQ} = \begin{cases} -V_k (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}), & k \neq m; \\ -2V_k G_{kk} - \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}), & k = m; \end{cases} \\ \left(\frac{\partial \Delta Q}{\partial \delta} \right)_{km} &= \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial \delta_m} \Big|_{k \in PQ} = \begin{cases} V_k V_m (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}), & k \neq m; \\ -V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}), & k = m; \end{cases} \\ \left(\frac{\partial \Delta Q}{\partial V} \right)_{km} &= \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial V_m} \Big|_{m \in PQ} = \begin{cases} V_k (B_{km} \cos \delta_{km} - G_{km} \sin \delta_{km}), & k \neq m; \\ 2V_k B_{kk} - \sum_{m \in k} V_m (B_{km} \cos \delta_{km} - G_{km} \sin \delta_{km}), & k = m. \end{cases} \end{aligned}$$

Как известно, использование метода Ньютона для расчета установившегося режима из-за плохого начального приближения зачастую приводит к расходимости на первых итерациях. Для решения этой проблемы используют стартовый алгоритм (например, основанный на методе Зейделя). Также для повышения устойчивости и скорости расчета применяют специальные методы выбора длины шага [117].

В представленном алгоритме предлагается отказаться как от стартового алгоритма, так и от выбора длины шага по допустимой области. Взамен предлагается использовать стабилизационные пустые псевдоизмерения модуля напряжения в узле и угла напряжения по ветви по всем узлам и ветвям электрической сети:

$$\begin{aligned} 0,5U_{\text{ном}} \leq V_i \leq 2U_{\text{ном}}, \\ -90 \leq \delta_{ij} \leq 90. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Такие стабилизационные измерения автоматически ограничивают шаг и дополнительно вводят корректирующие элементы в матрицу системы уравнений.

2.8 Аспекты реализации алгоритма

В целях облегчения возможной реализации алгоритма в программном виде предлагается рассмотреть создание иерархии классов C++, реализующих все возможные типы переменных (Рисунок 2.5). В корне иерархии находится абстрактный класс `abs_lim_val`, реализующий общий интерфейс доступа ко всем методам и свойствам переменных. От него наследуется класс `el_lim_val`, реализующий все методы для переменной, состоящей из одного отрезка функции цена–значение (например, для квадратичной или пустой модели). От него наследуется класс `lim_val`, реализующий параметр, состоящий из произвольного числа отрезков. Этой функциональности достаточно для моделирования переменных, являющихся неизвестными (модулей и углов напряжения). Задачу исключения переменных решает класс `lim_val2`, реализующий необходимую дополнительную функциональность. Поскольку в базе класса `lim_val2` может находиться как переменная из одного отрезка (реализованного в классе `el_lim_val`), так и из нескольких отрезков (реализованных в классе `lim_val`), то класс наследуется от специального класса `redirected_lim_val`, реализующего паттерн «компоновщик» [53].

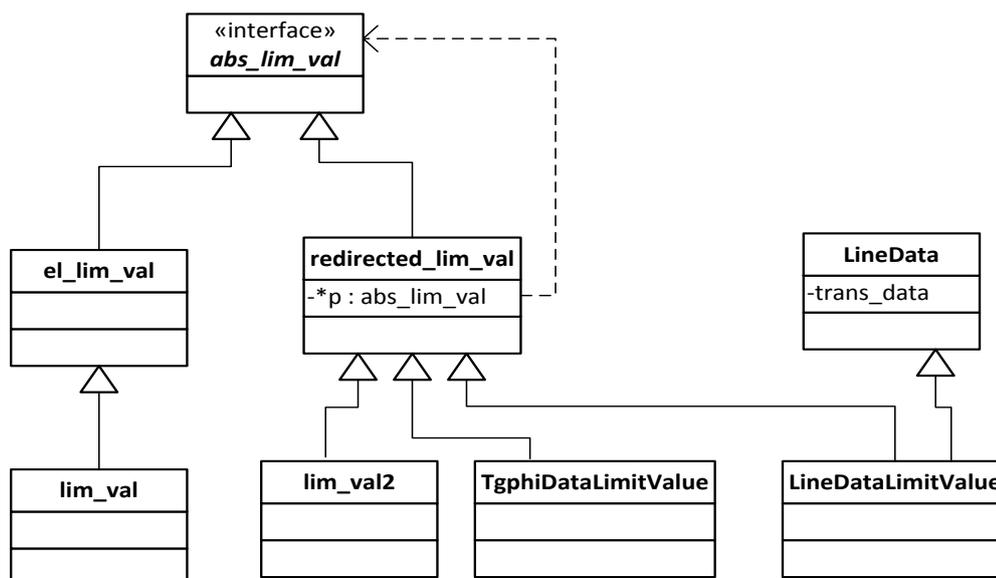


Рисунок 2.5 - Иерархия классов алгоритма оптимизации

По той же схеме наследуются класс `TgphiDataLimitValue`, реализующий особенности задания тангенса угла нагрузки, и класс `LineDataLimitValue`, реализующий переменные параметры по ветви.

2.9 Выводы

1. Представлены теоретические основы МВТ для класса оптимизационных задач с наличием ограничений в виде равенств и неравенств. Определена методика учета функциональных ограничений.

2. Введены понятия физических и элементарных переменных. На их основе разработана математическая модель, позволяющая использовать кусочно-квадратичные ограничения для переменных. Различные комбинации весовых коэффициентов и видов ограничений (линейный, квадратичный, комбинированный) позволяют моделировать дискретное управление независимыми переменными и в общем случае выбрать индивидуальный вид участия в общей ЦФ для каждой переменной в отдельности.

3. В задачах электроэнергетики разработанная модель позволяет помимо учета ограничений в виде неравенств использовать дискретные УВ вида ОН, ОГ в задаче ВРДО, проводить ОС по неквадратичным критериям, учитывать РМУ измерения, задавать псевдотелеизмерения в виде доверительной области вместо конкретного значения, а также осуществлять гибкую настройку используемой

модели для получения решений, пригодных для использования в практике диспетчерского управления.

4. Разработан унифицированный алгоритм решения, не привязанный к виду ЦФ. Это означает возможность разработки единого алгоритма решения, реализующего МНМ, МВНК или варианты их комбинаций в рамках одного расчетного модуля.

5. В П.1 выполнено сопоставление методов внешней и внутренней точки. Результаты сопоставления показывают, что к достоинствам МВТ можно отнести точное выдерживание ограничений при наличии решения, отсутствие смены видов производных, что положительным образом сказывается на скорости сходимости метода, которая для данного примера не уступает методу внешней точки, но главное конкурентное преимущество метода – универсальность. Метод не требует ввода эмпирических коэффициентов. Учет цены штрафа и уменьшения его влияния при приближении к границе или его резкого возрастания осуществляется за счет внутренних переменных λ, s, μ . Однако как раз необходимость ввода как минимум двух переменных на одно ограничение приводит к существенному увеличению размерности задачи, что является его главным, но, пожалуй, единственным недостатком. Тем не менее, развитие вычислительной техники, рост доступного объема памяти, а также совершенствование методик работы со слабо заполненными матрицами делают МВТ одним из основных инструментов, подходящих для реализации решения задач оптимизации. Говоря о реализации в программном виде, необходимо отметить важность процедуры отладки приложения на различных примерах. Дополнительные переменные, показывающие расстояние до каждого ограничения и фактически «цену», которую приходится платить за его выполнение, могут существенно облегчить этот трудоемкий процесс. Немаловажным фактором в процессе отладки является и плавность изменения переменных, позволяющая разработчику сформировать картину сходимости процесса, что бывает довольно затруднительно при скачкообразном изменении производных в классе методов внешней точки.

6. Проведенный в П.1 анализ показывает необходимость внедрения в учебный процесс изучения метода внутренней точки.

ВРДО КАК ЗАДАЧА УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

3.1 Понятие задачи ВРДО

ВРДО выделился в самостоятельную задачу из задачи оптимизации режима ЭС по критерию минимума потерь активной мощности в электрической сети, при решении которой определяется состав управляющих параметров, состоящий из рекомендуемых значений:

- реактивных мощностей генераторных узлов и источников реактивной мощности;
- напряжений в генераторных узлах;
- напряжения опорного узла;
- коэффициентов трансформации;
- номеров отпаяк трансформаторов, в том числе трансформаторов с продольно-поперечным регулированием.

Кроме минимизации потерь электроэнергии одновременно можно решать задачу поддержания требуемого уровня напряжения (задача ввода в допустимую область по напряжению) [66]. Такой подход обеспечивает приемлемые для практических задач решения по регулированию уровней напряжений, но не позволяет использовать возможности регулирования по активной мощности, а также учитывать весь спектр возможных ограничений. Способ учета ограничений на пропускную способность ЛЭП представлен в работах [75,76]. Способы определения предельно допустимых перетоков мощности по линиям и сечениям изложены в [50,51]. В [81] приводится возможность оперативной коррекции послеаварийных режимов для ВРДО по условиям максимально допустимых перетоков по линиям. Принятая парадигма декомпозиции задач оптимизации по активной и реактивной мощности в общем случае не позволяет реализовать полноценное комплексное решение задачи ВРДО, под которым подразумевается учет возможностей регулирования источников активной и реактивной мощности, а также учет узловых и сетевых режимных ограничений в рамках решения одной

задачи. Преимущества комбинированного подхода очевидны, а сложности, связанные с реализацией алгоритма, будут рассмотрены позднее.

В научных кругах задача ВРДО тесно связана с задачами определения предельных режимов и запасов устойчивости на основе измерения «близости» текущего УР к границам гиперповерхности предельных режимов [68,69]. Аналогично рассматривается задача ввода режима в область существования (ВРОС) на основе поиска кратчайшего пути, реализуемого в виде УВ, от исходной рассматриваемой точки до границы области существования режимов [67]. Обычно, такие алгоритмы предусматривают работу в темпе процесса реального времени и в них отсутствуют какие-либо экономические критерии, а весь упор делается на надежность и скорость получения результата. Хотя в работах [70–72] представлена оптимизационная модель выбора УВ, основным критерием все же является не экономическая составляющая, а соответствие принципам диспетчерского управления по минимизации и локализации действий УВ для решения задачи ВРОС. Ярким представителем систем оперативного управления является система централизованной противоаварийной автоматики (ЦСПА). Сформированные УВ в автоматическом режиме обеспечивают сохранение устойчивости работы энергосистемы при возникновении аварийных возмущений. ЦСПА играет важную роль в обеспечении надежности электроэнергетических систем, повышает точность и сокращает избыточность управляющих воздействий и расширяет область допустимых режимов работы энергосистемы.

В представленной работе предлагается оптимизационная постановка задачи ВРДО на основе [84] без необходимости поиска гиперповерхности предельных режимов. Рассматриваемая постановка и область использования задачи ВРДО представлена в [28,29], аспекты реализации примененного алгоритма МВТ для решения представлены в [30] и в [31] при использовании устройств выполненных по технологии FACTS. Допустимая область считается заранее определенной набором режимных ограничений. Таким образом, задача ВРДО сводится к необходимости удержания или получения режима в заранее определенной, технологически допустимой области. Необходимые УВ в данном контексте определяются уже преимущественно исходя из экономических соображений. Ввод режима в допустимую область обеспечивает получение УР, в котором

соблюдаются все накладываемые на режим ограничения. При невозможности удовлетворения всех ограничений, например, при наличии противоречащих друг другу ограничений, задача ВРДО считается неразрешимой. Возникновение подобных ситуаций обычно является следствием плохой подготовки исходных данных. К исходным относятся данные, необходимые для расчета УР, контролируемые и регулируемые параметры с указанием их максимальных и минимальных значений. В качестве исходных данных возможно задание мягких ограничений, которые могут быть нарушены в процессе решения с ростом ЦФ. Для мягких ограничений должны быть заданы соответствующие им цены. Для регуляторов активной мощности мягкие ограничения считаются заданными по умолчанию и сведенными в одной исходной точке, то есть любое отклонение от заданного значения приводит к росту ЦФ. Решение задачи ВРДО не требует наличия исходного сбалансированного режима, так как расчет УР является составной частью расчета ВРДО.

Математически такая постановка задачи соответствует задаче комплексной условной оптимизации. И хотя сама идея не является новой, схожая постановка используется и в [66], новым здесь является способ решения задачи с использованием МВТ, позволяющий без вычислительных затруднений учитывать множественные режимные ограничения, заданные в форме неравенств.

Подготовка расчетной модели предъявляет высокие требования к квалификации расчетчика, так как получаемые решения напрямую зависят от исходной информации, а адекватность решения отражает качество подготовки расчетной модели. Расчеты ВРДО в автономном режиме, выполняемые технологами по подготовке режимов ЭЭС, предназначены для расширения возможностей краткосрочного и среднесрочного планирования оптимальных режимов.

Включение расчетного модуля ВРДО в цикл оперативных расчетов позволит расширить систему «советчик диспетчера» рекомендациями по ведению оптимального режима, а также выдачей оптимальных УВ при возможных нарушениях оперативного режима или авариях. Следует отметить, что для работы в оперативном цикле расчетная модель должна быть хорошо отлажена и протестирована в автономном режиме работы. Работа системы ВРДО в

оперативном цикле в общем случае не предполагает выдачу сигналов УВ на низовые устройства и их автоматическую работу в аварийных ситуациях, хотя такой режим работы не исключен, но, вероятно, потребует проведения отдельных исследований.

В конечном счете, решение задачи ВРДО можно рассматривать как частный случай решения задачи комплексной условной оптимизации. Далее в главе приводится подробное изложение математического аппарата, реализующего решение задачи комплексной оптимизации с учетом наличия ограничений. Многочисленные примеры демонстрируют адаптацию предлагаемых методов решений для практической реализации описываемых алгоритмов оптимизации и ВРДО.

3.2 Общие термины и определения

ВРДО (ввод режима в допустимую область) – разновидность оптимизации режима, математически формулируется как поиск минимума целевой функции ВРДО с учетом ограничений на переменные.

Целевая функция ВРДО – сумма целевых функций переменных ВРДО. В сумму входят все управляющие переменные и зависимые переменные, имеющие мягкие ограничения.

Целевая функция переменной ВРДО – функция, имеющая минимум при совпадении расчетного значения переменной с заданным значением. Используется три вида целевых функций переменной ВРДО: 1) квадратичная – минимум квадрата отклонения расчетной величины от заданной; 2) линейная – минимум модуля отклонения расчетной величины от заданной; 3) комбинация этих функций:

$$F_i = \alpha_i \gamma_P^2 \left(P_i^{3д} - P_i(V, \delta) \right)^2 + \beta_i \gamma_P \left| P_i^{3д} - P_i(V, \delta) \right|,$$

где $P_i(V, \delta)$ – расчетное значение переменной ВРДО (нелинейная функция от модуля и угла напряжения в узлах); α_i – цена (весовой коэффициент) *квадрата* отклонения расчетной величины переменной ВРДО от заданной; β_i – цена (весовой коэффициент) *модуля* отклонения расчетной величины переменной ВРДО от заданной; γ_P – цена (весовой коэффициент) *типа* переменной ВРДО, требуется для сопоставления различных типов переменных (например, мощности и напряжения).

Переменные ВРДО – неизвестные величины, входящие в целевую функцию ВРДО и в ограничения. Подразделяются на управляющие и зависимые.

Управляющие переменные ВРДО описывают возможные управляющие воздействия, прилагаемые к энергосистеме. Пример – активная мощность генерации, модуль напряжения на электростанции, коэффициент трансформации.

Зависимые переменные ВРДО однозначно определяются управляющими переменными ВРДО по нелинейным соотношениям и описывают внутренние свойства энергосистемы. Пример – модуль и угол напряжения, ток ветви.

Ограничения подразделяются на ограничения типа неравенство и равенство.

Ограничения типа неравенство – простые двухсторонние ограничения на изменение переменной ВРДО x_i :

$$x_{imin} \leq x_i \leq x_{imax}.$$

Подразделяются на жесткие и мягкие ограничения типа неравенство.

Жесткие ограничения переменных ВРДО типа неравенство обязательны для соблюдения, добавляются в функцию Лагранжа.

Мягкие ограничения переменных ВРДО типа неравенство – опциональные ограничения, более узкие, чем жесткие, добавляются в целевую функцию ВРДО. При определенных ситуациях возможно нарушение мягких ограничений.

Ограничения типа равенство – функциональные нелинейные ограничения на переменные ВРДО вида

$$h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0,$$

где h_j – нелинейная дифференцируемая функция.

Основными ограничениями типа равенство являются уравнения баланса мощности в узлах электрической сети.

3.3 Оптимизация по активной мощности

Классической постановкой задачи оптимизации по активной мощности является распределение необходимой генерации между генераторами с минимальными затратами. Примем, что задача выбора состава вводимого генерирующего оборудования (ВСВГО) решена и задействованные генераторы в сети уже известны. Предположим, что в сети задействованы NG генераторов, суммарная нагрузка в сети равняется P_d . Тогда задачу в упрощенном виде без учета

потерь (их учет будет показан далее) можно сформулировать следующим образом: требуется минимизировать

$$F(P_g) = \sum_{i=1}^{NG} F_i(P_{gi}) \quad (3.1)$$

с учетом ограничений

$$\sum_{i=1}^{NG} P_{gi} = P_d; \quad (3.2)$$

$$P_{gi}^{\min} \leq P_{gi} \leq P_{gi}^{\max}, \quad i = 1, 2, \dots, NG, \quad (3.3)$$

где

P_{gi} – генерация генератора i ;

P_{gi}^{\min} – нижняя граница предела регулирования активной мощности;

P_{gi}^{\max} – верхняя граница предела регулирования активной мощности;

P_d – суммарная нагрузка сети;

NG – количество генераторов;

$F_i(P_{gi})$ – функция стоимости топлива, выраженная полиномом второй степени;

$$F_i(P_{gi}) = a_i P_{gi}^2 + b_i P_{gi} + c_i. \quad (3.4)$$

Учет ограничений в виде неравенства (3.3) более сложен, чем ограничений вида (3.2), поэтому он будет рассмотрен позднее. После отбрасывания ограничения (3.3) и применения метода множителей Лагранжа задача условной минимизации превращается в задачу безусловной минимизации. Метод множителей Лагранжа используется для минимизации функции с наличием ограничений в виде равенства. Используя этот метод, целевую функцию можно определить, как

$$L(P_{gi}, \lambda) = F_i(P_{gi}) + \lambda \left(P_d - \sum_{i=1}^{NG} P_{gi} \right), \quad (3.5)$$

где λ – множитель Лагранжа.

Необходимым условием для минимизации функции Лагранжа является равенство нулю всех её частных производных по всем переменным и множителям Лагранжа. Таким образом, после получения всех производных формируется система уравнений

$$\frac{\partial L(P_{gi}, \lambda)}{\partial P_{gi}} = \frac{\partial F(P_{gi})}{\partial P_{gi}} - \lambda = 0, \quad i = 1, 2, \dots, NG, \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial L(P_{gi}, \lambda)}{\partial \lambda} = P_d - \sum_{i=1}^{NG} P_{gi}. \quad (3.7)$$

Из уравнения (3.6)

$$\frac{\partial F(P_{gi})}{\partial P_{gi}} = \lambda, \quad i = 1, 2, \dots, NG, \quad (3.8)$$

где $\partial F(P_{gi})/\partial P_{gi}$ – относительный прирост расхода топлива.

Оптимальная загрузка генераторов соответствует равенству относительных приростов расхода топлива всех генераторов. Из функции стоимости (3.4) относительный прирост расхода топлива может быть определен как

$$\frac{\partial F(P_{gi})}{\partial P_{gi}} = 2a_i P_{gi} + b_i. \quad (3.9)$$

После подстановки функции ОПРТ в (3.8) это уравнение принимает вид

$$2a_i P_{gi} + b_i = \lambda. \quad (3.10)$$

Откуда

$$P_{gi} = \frac{\lambda - b_i}{2a_i}. \quad (3.11)$$

Из (3.7) и (3.10)

$$\sum_{i=1}^{NG} \frac{\lambda - b_i}{2a_i} = P_d, \quad (3.12)$$

$$\lambda = \frac{P_d + \sum_{i=1}^{NG} \frac{b_i}{2a_i}}{\sum_{i=1}^{NG} \frac{1}{2a_i}}. \quad (3.13)$$

Таким образом, из уравнения (3.13) можно получить λ , а потом из (3.11) – P_{gi} . В текущей постановке задачи ограничения в виде неравенства (3.3) могут быть рассмотрены уже после решения задачи распределения активной мощности. Если какой-либо генератор после расчета выходит за рамки ограничения (3.3), его генерацию необходимо зафиксировать на предельном уровне и распределить оставшуюся нагрузку между другими генераторами.

Пример 3.1. Найти оптимальное распределение генерации между генераторами без учета потерь. Характеристики ОПРТ заданы полиномом второй степени в виде (3.4)

$$F_1(P_1) = 2P_1^2 + P_1 + 1;$$

$$F_2(P_2) = P_2^2 + P_2 + 20.$$

Из (3.13)

$$\lambda = \frac{500 + \left(\frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{2}} = 667,66.$$

Из (3.11)

$$P_1 = \frac{667,66 - 1}{2 \cdot 2} = 166,66;$$

$$P_2 = \frac{667,66 - 1}{2} = 333,333.$$

Такой максимально упрощенный подход позволяет быстро, а главное, очень просто оценить необходимые уровни генерации с точки зрения оптимизации расхода топлива. В подходе не учитываются потери и, соответственно, режимные ограничения в виде баланса узловой мощности [61]. Этот иллюстративный пример в самом простом виде показывает общую постановку оптимизационной задачи применительно к практическим задачам электроэнергетики. В дальнейшем изложении пример будет многократно модифицироваться, обрастать различными видами ограничений, а также будет избавлен от принятых допущений. Последовательное усложнение примера позволяет наглядно продемонстрировать классические методы решения, и осуществить плавный переход к МВТ для решения рассматриваемой оптимизационной задачи. В качестве основы расчетных методов, позволяющих учитывать ограничения, выступает метод Лагранжа, с применения которого и предлагается начать решение исходного примера.

3.4 Ограничения в виде равенств

Ограничения в виде равенств при оптимизации очень просто учесть методом Лагранжа. Такие ограничения входят в минимизируемую функцию Лагранжа с неопределенным множителем λ_i . Обычно они представляются в форме $f(x) = 0$ или невязками уравнений, где невязка – это разность между переменной и её расчетным значением. Так, например, в (2.66) приведены невязки по балансам мощности узлов. Ограничения в виде равенств должны четко соблюдаться в точке

решения. То есть расчет УР, по сути, есть частный случай оптимизации, где в ЦФ входят только ограничения по балансам мощности узлов.

3.4.1 Балансовые ограничения по узлам

Теперь можно уточнить задачу поиска оптимального распределения генерации, введя режимные ограничения, в качестве которых выступают ограничения в виде равенства по балансам узлов в полярной системе координат. Для упрощения будет учтен только баланс по активной мощности. В качестве неизвестных рассматриваются углы при напряжениях в узлах, сами напряжения в силу слабого влияния активной мощности на их величину считаются заданными. По-прежнему не рассматриваются ограничения в виде неравенства, например, на пределы генерации активной мощности в узлах. Рассматриваемая задача теперь формируется на основе примера 3.2.

Пример 3.2. Требуется минимизировать

$$F(P_{gi}) = \sum_{i=1}^{NG} F_i(P_{gi})$$

с учетом ограничений:

$$\varphi_1 = P_1 - V_1^2 g_{11} - V_1 V_2 (g_{12} \cos \delta_{12} + b_{12} \sin \delta_{12}) - V_1 V_0 (g_{10} \cos \delta_{10} + b_{10} \sin \delta_{10})$$

$$\varphi_2 = P_2 - V_2^2 g_{22} - V_2 V_1 (g_{21} \cos \delta_{21} + b_{21} \sin \delta_{21}) - V_2 V_0 (g_{20} \cos \delta_{20} + b_{20} \sin \delta_{20})$$

$$\varphi_0 = P_0 - V_0^2 g_{00} - V_0 V_1 (g_{01} \cos \delta_{01} + b_{01} \sin \delta_{01}) - V_0 V_2 (g_{02} \cos \delta_{02} + b_{02} \sin \delta_{02})$$

Схема сети изображена на рисунке 3.1.

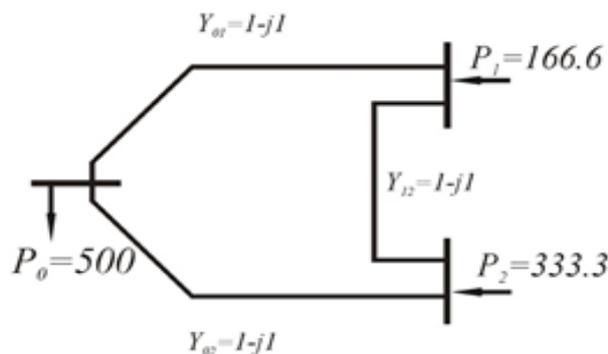


Рисунок 3.1 - Схема тестируемой сети

Для решения задач минимизации с учетом ограничений в виде равенств используется метод Лагранжа. Функция Лагранжа примет вид

$$L = F(P_1, P_2) + \lambda_1 \varphi_1 + \lambda_2 \varphi_2 + \lambda_3 \varphi_0.$$

Для решения необходимо приравнять к нулю все частные производные функции Лагранжа и решить полученную систему уравнений

$$\frac{\partial L}{\partial P_1} = 2a_1P_1 + b_1 + \lambda_1;$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_2} = 2a_2P_2 + b_2 + \lambda_2;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \delta_1} = & \lambda_1[V_1V_2(g_{12} \sin \delta_{12} - b_{12} \cos \delta_{12}) + V_1V_0(g_{01} \sin \delta_{10} - b_{01} \cos \delta_{10})] + \\ & + \lambda_2[V_2V_1(-g_{21} \sin \delta_{21} + b_{21} \cos \delta_{21})] + \lambda_3[V_0V_1(-g_{01} \sin \delta_{10} + b_{01} \cos \delta_{10})]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \delta_2} = & \lambda_1[V_1V_2(-g_{12} \sin \delta_{12} + b_{12} \cos \delta_{12})] + \lambda_2[V_2V_1(g_{21} \sin \delta_{21} - b_{21} \cos \delta_{21}) + \\ & + V_2V_0(g_{02} \sin \delta_{02} - b_{02} \cos \delta_{02})] + \lambda_3[V_0V_2(-g_{02} \sin \delta_{02} + b_{02} \cos \delta_{02})]; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = P_1 - V_1^2g_{11} - V_1V_2(g_{12} \cos \delta_{12} + b_{12} \sin \delta_{12}) - V_1V_0(g_{10} \cos \delta_{10} + b_{10} \sin \delta_{10});$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = P_2 - V_2^2g_{22} - V_2V_1(g_{21} \cos \delta_{21} + b_{21} \sin \delta_{21}) - V_2V_0(g_{20} \cos \delta_{20} + b_{20} \sin \delta_{20});$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = P_0 - V_0^2g_{00} - V_0V_1(g_{01} \cos \delta_{01} + b_{01} \sin \delta_{01}) - V_0V_2(g_{02} \cos \delta_{02} + b_{02} \sin \delta_{02}).$$

Решение системы уравнений выполняется методом Ньютона, для этого нужно снова взять частные производные для каждого уравнения по всем переменным и сформировать матрицу Якоби (матрицу Гессе для исходной функции Лагранжа) и составить вектор невязок F по уравнениям.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial P_1^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial P_1 \partial P_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial P_1 \partial \delta_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial P_1 \partial \delta_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial P_1 \partial \lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial P_1 \partial \lambda_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial P_1 \partial \lambda_3} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial P_2 \partial P_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial P_2^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial P_2 \partial \delta_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial P_2 \partial \delta_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial P_2 \partial \lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial P_2 \partial \lambda_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial P_2 \partial \lambda_3} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \delta_1 \partial P_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \delta_1 \partial P_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \delta_1^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \delta_1 \partial \delta_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \delta_1 \partial \lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \delta_1 \partial \lambda_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \delta_1 \partial \lambda_3} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \delta_2 \partial P_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \delta_2 \partial P_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \delta_2 \partial \delta_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \delta_2^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \delta_2 \partial \lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \delta_2 \partial \lambda_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \delta_2 \partial \lambda_3} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_1 \partial P_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_1 \partial P_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_1 \partial \delta_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_1 \partial \delta_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_1^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_1 \partial \lambda_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_1 \partial \lambda_3} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_2 \partial P_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_2 \partial P_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_2 \partial \delta_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_2 \partial \delta_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_2 \partial \lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_2^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_2 \partial \lambda_3} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_3 \partial P_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_3 \partial P_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_3 \partial \delta_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_3 \partial \delta_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_3 \partial \lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_3 \partial \lambda_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_3^2} \end{bmatrix}$$

Элементы матрицы вычисляются следующим образом:

$$\partial^2 L / \partial P_1^2 = 2a_1;$$

$$\partial^2 L / \partial P_1 \partial P_2 = 0;$$

$$\partial^2 L / \partial P_1 \partial \delta_1 = 0;$$

$$\partial^2 L / \partial P_1 \partial \delta_2 = 0;$$

$$\partial^2 L / \partial P_1 \partial \lambda_1 = 1;$$

$$\partial^2 L / \partial P_1 \partial \lambda_2 = 0;$$

$$\partial^2 L / \partial P_1 \partial \lambda_3 = 0;$$

$$\partial^2 L / \partial P_2 \partial P_1 = 0;$$

$$\partial^2 L / \partial P_2^2 = 2a_2;$$

$$\partial^2 L / \partial P_2 \partial \delta_1 = 0;$$

$$\partial^2 L / \partial P_2 \partial \delta_2 = 0;$$

$$\partial^2 L / \partial P_2 \partial \lambda_1 = 0;$$

$$\partial^2 L / \partial P_2 \partial \lambda_2 = 1;$$

$$\partial^2 L / \partial P_2 \partial \lambda_3 = 0;$$

$$\partial^2 L / \partial \delta_1 \partial P_1 = 0;$$

$$\partial^2 L / \partial \delta_1 \partial P_2 = 0;$$

$$\begin{aligned} \partial^2 L / \partial \delta_1^2 = & \lambda_1 [V_1 V_2 (g_{12} \cos \delta_{12} + b_{12} \sin \delta_{12}) + V_1 V_0 (g_{10} \cos \delta_{10} + b_{10} \sin \delta_{10})] + \\ & + \lambda_2 V_1 V_0 (g_{21} \cos \delta_{21} + b_{21} \sin \delta_{21}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial^2 L / \partial \delta_1 \partial \delta_2 = & \lambda_1 V_1 V_2 (-g_{12} \cos \delta_{12} - b_{12} \sin \delta_{12}) + \\ & + \lambda_2 V_2 V_1 (-g_{21} \cos \delta_{21} - b_{21} \sin \delta_{21}); \end{aligned}$$

$$\partial^2 L / \partial \delta_1 \partial \lambda_1 = V_1 V_2 (g_{12} \sin \delta_{12} - b_{12} \cos \delta_{12}) + V_1 V_0 (g_{10} \sin \delta_{10} - b_{10} \cos \delta_{10});$$

$$\partial^2 L / \partial \delta_1 \partial \lambda_2 = V_2 V_1 (-g_{21} \sin \delta_{21} + b_{21} \cos \delta_{21});$$

$$\partial^2 L / \partial \delta_1 \partial \lambda_3 = V_0 V_1 (-g_{01} \sin \delta_{01} + b_{01} \cos \delta_{01});$$

$$\partial^2 L / \partial \delta_2 \partial P_1 = 0;$$

$$\partial^2 L / \partial \delta_2 \partial P_2 = 0;$$

$$\begin{aligned} \partial^2 L / \partial \delta_2 \partial \delta_1 = & \lambda_1 V_1 V_2 (-g_{12} \cos \delta_{12} - b_{12} \sin \delta_{12}) + \\ & + \lambda_2 V_2 V_1 (-g_{21} \cos \delta_{21} - b_{21} \sin \delta_{21}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\partial^2 L / \partial \delta_2^2 &= \lambda_1 V_1 V_2 (g_{12} \cos \delta_{12} + b_{12} \sin \delta_{12}) + \\
&\quad + \lambda_2 [V_2 V_1 (g_{21} \cos \delta_{21} + b_{21} \cos \delta_{21}) + V_2 V_0 (g_{20} \cos \delta_{20} + b_{20} \sin \delta_{20})]; \\
\partial^2 L / \partial \delta_2 \partial \lambda_1 &= V_1 V_2 (-g_{12} \sin \delta_{12} + b_{12} \cos \delta_{12}); \\
\partial^2 L / \partial \delta_2 \partial \lambda_2 &= V_2 V_1 (g_{21} \sin \delta_{21} - b_{21} \cos \delta_{21}) + V_2 V_0 (g_{20} \sin \delta_{20} - b_{20} \cos \delta_{20}); \\
\partial^2 L / \partial \delta_2 \partial \lambda_3 &= V_0 V_2 (-g_{02} \sin \delta_{02} + b_{02} \cos \delta_{02}); \\
\partial^2 L / \partial \lambda_1 \partial P_1 &= 1; \\
\partial^2 L / \partial \lambda_1 \partial P_2 &= 0; \\
\partial^2 L / \partial \lambda_1 \partial \delta_1 &= -V_1 V_2 (-g_{12} \sin \delta_{12} + b_{12} \cos \delta_{12}) - V_1 V_0 (-g_{10} \sin \delta_{10} + b_{10} \cos \delta_{10}); \\
\partial^2 L / \partial \lambda_1 \partial \delta_2 &= -V_1 V_2 (g_{12} \sin \delta_{12} - b_{12} \cos \delta_{12}); \\
\partial^2 L / \partial \lambda_1^2 &= 0; \\
\partial^2 L / \partial \lambda_1 \partial \lambda_2 &= 0; \\
\partial^2 L / \partial \lambda_1 \partial \lambda_3 &= 0; \\
\partial^2 L / \partial \lambda_2 \partial P_1 &= 0; \\
\partial^2 L / \partial \lambda_2 \partial P_2 &= 1; \\
\partial^2 L / \partial \lambda_2 \partial \delta_1 &= -V_2 V_1 (g_{21} \sin \delta_{21} - b_{21} \cos \delta_{21}); \\
\partial^2 L / \partial \lambda_2 \partial \delta_2 &= -V_2 V_1 (-g_{21} \sin \delta_{21} + b_{21} \cos \delta_{21}) - V_2 V_0 (-g_{20} \sin \delta_{20} + b_{20} \cos \delta_{20}); \\
\partial^2 L / \partial \lambda_2 \partial \lambda_1 &= 0; \\
\partial^2 L / \partial \lambda_2^2 &= 0; \\
\partial^2 L / \partial \lambda_2 \partial \lambda_3 &= 0; \\
\partial^2 L / \partial \lambda_3 \partial P_1 &= 0; \\
\partial^2 L / \partial \lambda_3 \partial P_2 &= 0; \\
\partial^2 L / \partial \lambda_3 \partial \delta_1 &= -V_0 V_1 (g_{01} \sin \delta_{01} - b_{01} \cos \delta_{01}); \\
\partial^2 L / \partial \lambda_3 \partial \delta_2 &= -V_0 V_2 (g_{02} \sin \delta_{02} - b_{02} \cos \delta_{02}); \\
\partial^2 L / \partial \lambda_3 \partial \lambda_1 &= 0; \\
\partial^2 L / \partial \lambda_3 \partial \lambda_2 &= 0; \\
\partial^2 L / \partial \lambda_3^2 &= 0.
\end{aligned}$$

Решив систему уравнений относительно dx

$$J dx = -F, \quad (3.14)$$

необходимо скорректировать начальное приближение

$$x^{k+1} = x^k + dx. \quad (3.15)$$

В итоге, в точке решения $P_1 = 168,9$ МВт, $P_2 = 336,4$ МВт.

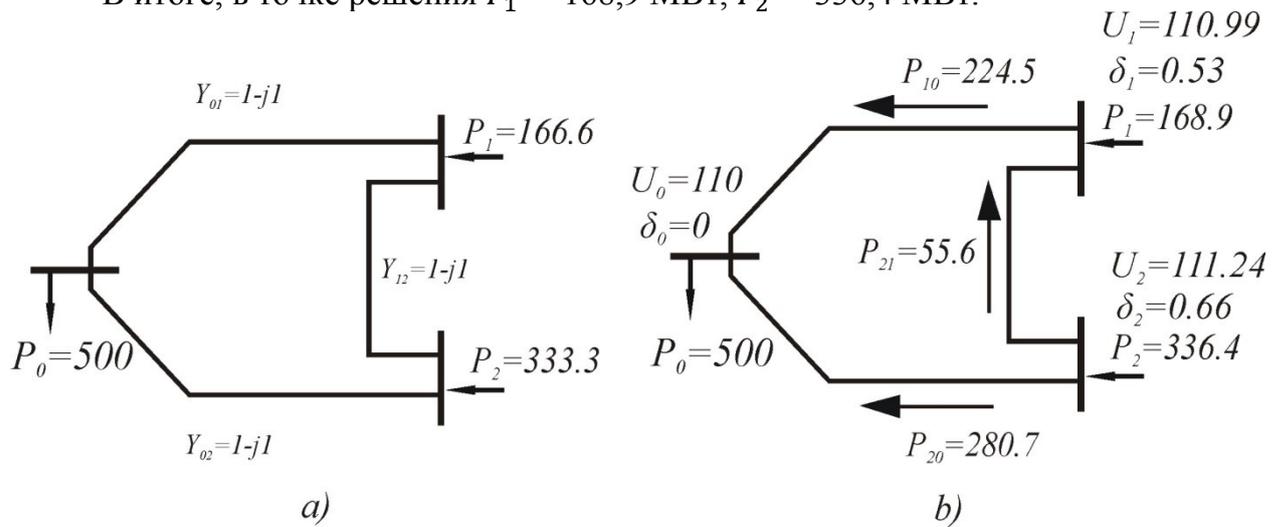


Рисунок 3.2 - Схема и УР тестируемой сети

На рисунке 3.2,b приведено рассчитанное потокораспределение с учетом потерь в сети. Поскольку в каждом из узлов выполняется баланс по активной мощности, то не составляет особого труда учесть и баланс узлов по реактивной мощности. Для этого необходимо добавить в ограничения уравнения по балансу Q . Их учет даст полную картину установившегося режима. В рассматриваемом примере нет источников реактивной мощности, заданы относительно небольшие реактивные сопротивления, поэтому учет влияния перетоков реактивной мощности не внесет кардинальных изменений в режим и, следовательно, для исследовательских целей ими можно пренебречь.

3.4.2 Режимные ограничения

Режимные ограничения в виде равенств учитываются таким же образом, как и ограничения на соблюдение балансов мощности в узлах. Для этого нужно включить уравнение вида $X - \bar{X} = 0$ в ограничения функции Лагранжа, где в качестве X выступает соответствующая переменная, например, мощность в узле, а \bar{X} – её ограничение. Мощности в узлах изначально входят в список неизвестных величин так же, как и углы при напряжениях, и сами напряжения в полной постановке задачи. Будем называть такие переменные «базовыми». Переменные, которые можно выразить через базовые, являются функциональными, к ним относятся, например, перетоки мощности и тока по линиям. Для учета ограничений в виде равенства на функциональные переменные необходимо вместо X подставить

их функцию от базовых переменных. Предположим, что в рассматриваемом примере необходимо ограничить переток по линии 1–0 до 220 МВт. Задачу оптимального распределения активной мощности будем считать решенной. Таким образом, целевая функция представляется суммой квадратов отклонений мощностей генераторов от заданных значений. Математически задача формулируется следующим образом:

Пример 3.3. Требуется минимизировать функцию

$$F(P_1, P_2) = (P_1 - P_1^0)^2 + (P_2 - P_2^0)^2$$

с учетом ограничений:

$$\varphi_1 = P_1 - V_1^2 g_{11} - V_1 V_2 (g_{12} \cos \delta_{12} + b_{12} \sin \delta_{12}) - V_1 V_0 (g_{10} \cos \delta_{10} + b_{10} \sin \delta_{10});$$

$$\varphi_2 = P_2 - V_2^2 g_{22} - V_2 V_1 (g_{21} \cos \delta_{21} + b_{21} \sin \delta_{21}) - V_2 V_0 (g_{20} \cos \delta_{20} + b_{20} \sin \delta_{20});$$

$$\varphi_0 = P_0 - V_0^2 g_{00} - V_0 V_1 (g_{01} \cos \delta_{01} + b_{01} \sin \delta_{01}) - V_0 V_2 (g_{02} \cos \delta_{02} + b_{02} \sin \delta_{02});$$

$$P_s^0 = 220 \text{ МВт.}$$

Функциональное ограничение перетока мощности в ветви $P_s^0 = 220$ МВт включается в ограничения минимизируемой функции

$$\varphi_s = P_s^0 - V_0^2 g_{02} - V_0 V_2 (g_{02} \cos \delta_{02} + b_{02} \sin \delta_{02}).$$

Функция Лагранжа

$$L = F(P_1, P_2) + \lambda_1 \varphi_1 + \lambda_2 \varphi_2 + \lambda_3 \varphi_0 + \lambda_4 \varphi_s.$$

$$\partial L / \partial P_1 = -2P_1^0 + 2P_1 + \lambda_1;$$

$$\partial L / \partial P_2 = -2P_2^0 + 2P_2 + \lambda_2;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \delta_1} = & \lambda_1 [V_1 V_2 (g_{12} \sin \delta_{12} - b_{12} \cos \delta_{12}) + V_1 V_0 (g_{10} \sin \delta_{10} - b_{10} \cos \delta_{10})] + \\ & + \lambda_2 [V_2 V_1 (-g_{21} \sin \delta_{21} + b_{21} \cos \delta_{21})] + \lambda_3 [V_0 V_1 (-g_{01} \sin \delta_{01} + b_{01} \cos \delta_{01})]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \delta_2} = & \lambda_1 [-V_1 V_2 (g_{12} \sin \delta_{12} - b_{12} \cos \delta_{12})] + \lambda_2 [-V_2 V_1 (-g_{21} \sin \delta_{21} + b_{21} \cos \delta_{21}) - \\ & - V_2 V_0 (-g_{20} \sin \delta_{20} + b_{20} \cos \delta_{20})] + \lambda_3 [-V_0 V_2 (g_{02} \sin \delta_{20} - b_{02} \cos \delta_{20})] + \\ & + \lambda_4 [V_0 V_2 (g_{02} \sin \delta_{20} - b_{02} \cos \delta_{20})]; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = P_1 - V_1^2 g_{11} - V_1 V_2 (g_{12} \cos \delta_{12} + b_{12} \sin \delta_{12}) - V_1 V_0 (g_{10} \cos \delta_{10} + b_{10} \sin \delta_{10});$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = P_2 - V_2^2 g_{22} - V_2 V_1 (g_{21} \cos \delta_{21} + b_{21} \sin \delta_{21}) - V_2 V_0 (g_{20} \cos \delta_{20} + b_{20} \sin \delta_{20});$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = P_0 - V_0^2 g_{00} - V_0 V_1 (g_{01} \cos \delta_{01} + b_{01} \sin \delta_{01}) - V_0 V_2 (g_{02} \cos \delta_{02} + b_{02} \sin \delta_{02});$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_4} = P_s^0 - [V_0^2 g_{02} - V_0 V_2 (g_{02} \cos \delta_{02} + b_{02} \sin \delta_{02})].$$

Приравниванием всех частных производных к нулю формируется система нелинейных уравнений, которая решается методом Ньютона. Процесс решения принципиально не отличается от описанного в предыдущем примере, поэтому далее на рисунке 3.3 сразу приводится решение.

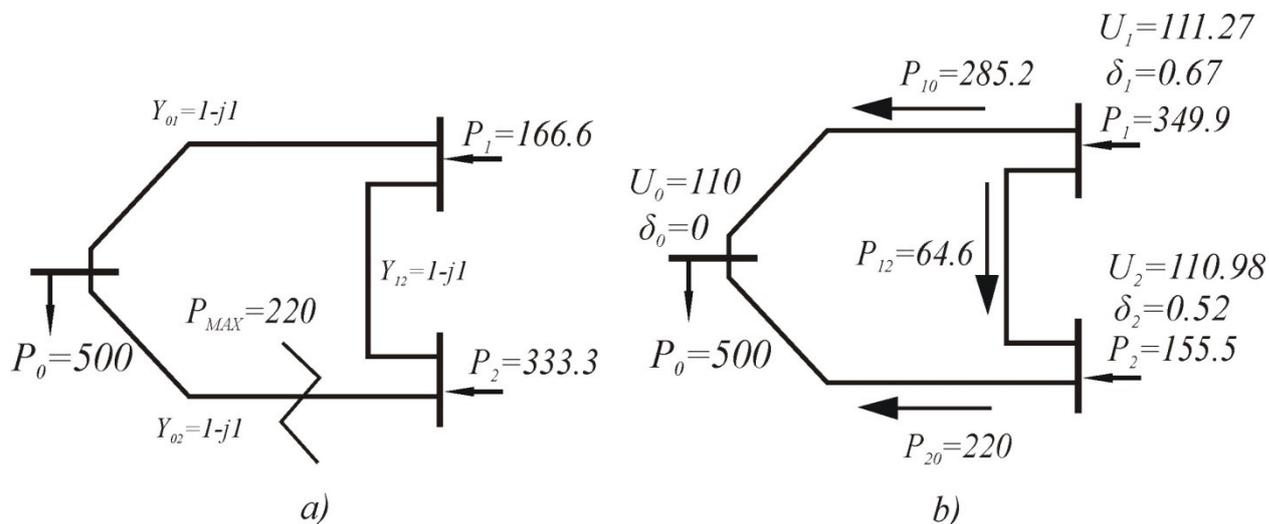


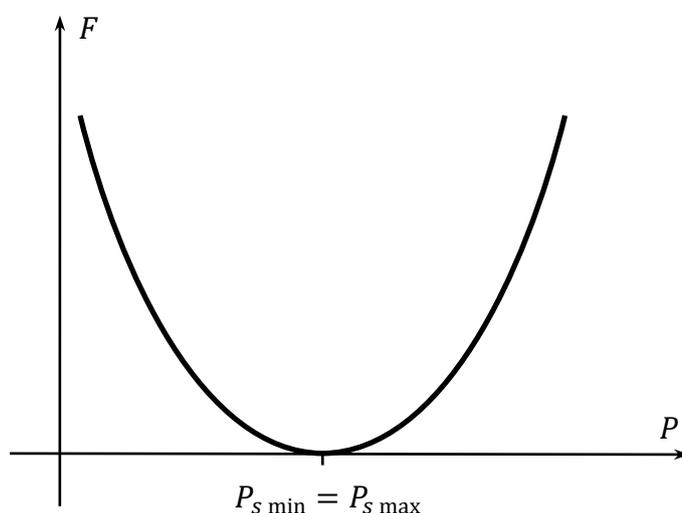
Рисунок 3.3 - Схема и УР с жестким ограничением

Из решения видно, что переток активной мощности в точности соответствует заданной границе. Если моделировать ограничения подобным образом, они всегда (при наличии решения) будут выполняться строго. Такие ограничения называются жёсткими. Зачастую для оптимизации режима внутри допустимой области могут понадобиться не столь строгие требования, например, в рассматриваемой задаче ограничение по перетоку может быть не столько ограничением, сколько желаемым значением перетока мощности по линии с определенными допусками на отклонение. В таких случаях необходимо говорить о мягких ограничениях, то есть о тех ограничениях, которые могут быть нарушены с ростом целевой функции.

3.4.3 Мягкие ограничения

Основной особенностью мягких ограничений является, как следует из их названия, тот факт, что они могут выдерживаться не жестко. Такие ограничения могут описывать как бы желаемый режим, и расчетный алгоритм будет пытаться этот желаемый режим выдержать. В повседневной практике управления энергосистемой зачастую встречаются противоречащие друг другу целевые

функции, например, обеспечения надежности функционирования энергосистемы и минимизации резервов, обеспечения баланса и минимизации расхода топлива. С учетом всех целевых функций формируется текущий оперативный режим энергосистемы. Поскольку удовлетворить все требования в абсолютно жестком виде ни теоретически, ни уж тем более практически невозможно, то приходится всегда искать некий компромисс. В задачу поиска таких решений как раз отлично вписывается понятие мягких ограничений (Рисунок 3.4). Вернемся к примеру 3.3. В рассматриваемой схеме ограничение перетока по одной из линий задано в жестком виде, это приводит к существенному перераспределению генерации и, как следствие, к её значительному отклонению от оптимального распределения. Если переток 220 МВт является всего лишь желаемым значением, то очевидно, что полученный режим вряд ли будет оптимальным. Необходимо перевести это ограничение в разряд мягких. Для этого предлагается ввести дополнительную переменную P_s , квадрат отклонения которой от заданного значения пойдет в целевую функцию, а в уравнения ограничений будет добавлена связь этой переменной с её физическим параметром, или, другими словами, добавится уравнение перетока мощности по линии.



Пример 3.4. Требуется минимизировать функцию

$$F(P_1, P_2, P_s) = (P_1 - P_1^0)^2 + (P_2 - P_2^0)^2 + (P_s - P_s^0)^2$$

с учетом ограничений:

$$\varphi_1 = P_1 - V_1^2 g_{11} - V_1 V_2 (g_{12} \cos \delta_{12} + b_{12} \sin \delta_{12}) - V_1 V_0 (g_{10} \cos \delta_{10} + b_{10} \sin \delta_{10});$$

$$\varphi_2 = P_2 - V_2^2 g_{22} - V_2 V_1 (g_{21} \cos \delta_{21} + b_{21} \sin \delta_{21}) - V_2 V_0 (g_{20} \cos \delta_{20} + b_{20} \sin \delta_{20});$$

$$\varphi_0 = P_0 - V_0^2 g_{00} - V_0 V_1 (g_{01} \cos \delta_{01} + b_{01} \sin \delta_{01}) - V_0 V_2 (g_{02} \cos \delta_{02} + b_{02} \sin \delta_{02});$$

Уравнение перетока мощности по ветви больше не ограничивается каким-либо конкретным значением, а связывается с введенной переменной P_s , отклонение которой от необходимого значения приводит к росту целевой функции

$$\varphi_s = P_s - V_0^2 g_{02} - V_0 V_2 (g_{02} \cos \delta_{02} + b_{02} \sin \delta_{02}).$$

Функция Лагранжа

$$L = F(P_1, P_2, P_s) + \lambda_1 \varphi_1 + \lambda_2 \varphi_2 + \lambda_3 \varphi_0 + \lambda_4 \varphi_s.$$

Частные производные функции Лагранжа, связанные с новой переменной:

$$\partial L / \partial P_s = -2P_s^0 + 2P_s + \lambda_4;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_4} = P_s^0 - [V_0^2 g_{02} - V_0 V_2 (g_{02} \cos \delta_{02} + b_{02} \sin \delta_{02})].$$

После минимизации получится оптимальный режим, изображенный на рисунке 3.5, б.

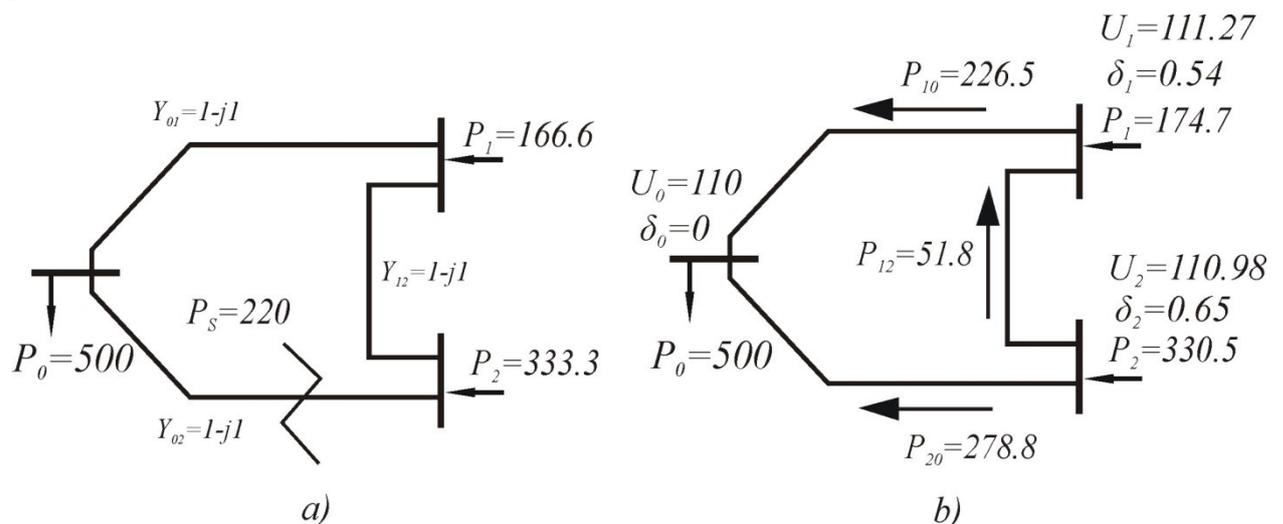


Рисунок 3.5 - Схема и УР с мягким ограничением

Стоит отметить, что установленная мощность выработки генераторов по активной мощности, по сути, тоже являются мягкими ограничениями. В общем случае для мягких ограничений применяются весовые коэффициенты, так как цена нарушения таких ограничений наверняка будет разной. Весовые коэффициенты отражают цену нарушения ограничения: чем коэффициент выше, тем большее значение будет добавлено в целевую функцию, тем дороже нарушать это ограничение, соответственно оптимизационная процедура будет искать такие решения, где нарушение дорогих мягких ограничений, а следовательно, и их отклонение от заданных величин минимально. Таким образом, весовые

коэффициенты позволяют определять степень важности ограничений и осуществлять настройку алгоритма оптимизации, смещая точку оптимума за счет регулирования цен.

3.5 Ограничения в виде неравенств

Учет ограничений в виде неравенств или, как их еще называют, двухсторонних ограничений, представленных на рисунке 3.6, является более сложной задачей, чем соблюдение ограничений в виде равенства. Ограничения в виде равенства легко вписываются в общую концепцию решения систем нелинейных уравнений методом Лагранжа простым добавлением соответствующих уравнений в ограничения минимизируемой функции.

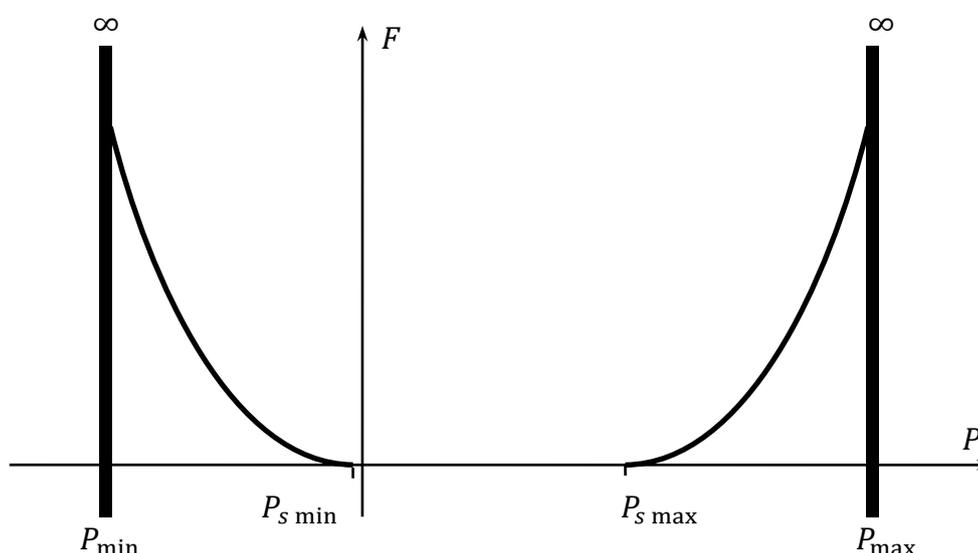


Рисунок 3.6 - Жесткие и мягкие ограничения в виде неравенств

В случае с двусторонними ограничениями, с одной стороны, имеется некая зона нечувствительности целевой функции между верхним и нижним пределами, а с другой – эта же целевая функция должна резко реагировать на выход контролируемого параметра за пределы одной из границ или при приближении к ней. По виду реакции целевой функции разделяются и методы решения. Методы, в которых рост целевой функции начинается уже по факту нарушения ограничения, относятся к категории методов внешней точки. Методы, в которых целевая функция начинает асимптотично возрастать при приближении к любой из границ, называются методами внутренней точки.

Пример 3.5. Требуется минимизировать функцию

$$F(P_1, P_2) = (P_1^0 - P_1)^2 + (P_2^0 - P_2)^2$$

с учетом ограничений:

$$P_s^{\min} = 200; P_s^{\max} = 230;$$

$$\varphi_1 = P_1 - V_1^2 g_{11} - V_1 V_2 (g_{12} \cos \delta_{12} + b_{12} \sin \delta_{12}) - V_1 V_0 (g_{10} \cos \delta_{10} + b_{10} \sin \delta_{10});$$

$$\varphi_2 = P_2 - V_2^2 g_{22} - V_2 V_1 (g_{21} \cos \delta_{21} + b_{21} \sin \delta_{21}) - V_2 V_0 (g_{20} \cos \delta_{20} + b_{20} \sin \delta_{20});$$

$$\varphi_0 = P_0 - V_0^2 g_{00} - V_0 V_1 (g_{01} \cos \delta_{01} + b_{01} \sin \delta_{01}) - V_0 V_2 (g_{02} \cos \delta_{02} + b_{02} \sin \delta_{02});$$

$$\varphi_s = P_s^0 - [V_0^2 g_{02} - V_0 V_2 (g_{02} \cos \delta_{02} + b_{02} \sin \delta_{02})];$$

$$P_s^{\min} < P_{20} < P_s^{\max}.$$

Двусторонние ограничения распадаются на два ограничения в виде неравенства

$$g_1 = P_s - P_s^{\max} + s_1;$$

$$g_2 = -P_s - P_s^{\min} + s_2;$$

$$L = F(P_1, P_2) + \lambda_1 \varphi_1 + \lambda_2 \varphi_2 + \lambda_3 \varphi_0 + \lambda_4 \varphi_s + \lambda_5 g_1 + \lambda_6 g_2 - \mu (\ln s_1 + \ln s_2).$$

Частные производные по новым переменным:

$$\partial L / \partial \lambda_s = P_s - P_s^{\max} + s_1;$$

$$\partial L / \partial \lambda_6 = -P_s - P_s^{\min} + s_2;$$

$$\partial L / \partial P_s = \lambda_4 + \lambda_5 - \lambda_6;$$

$$\partial L / \partial s_1 = \lambda_5 - \mu / s_1;$$

$$\partial L / \partial s_2 = \lambda_6 - \mu / s_2;$$

где параметр $\mu = 0,2(\lambda_5 s_1 + \lambda_6 s_2) / 2$.

Результаты итерационных расчетов представлены в таблице 3.1. Окончательный результат представлен на рисунке 3.7.

Таблица 3.1 - Результаты расчета для примера 3.5

Переменная	Итерация						
	1	2	3	4	5	6	7
P_1	-250	-206.34	-220.61	-259.58	-313.34	-313.31	-313.23
P_2	-250	-295.68	-282.72	-244.45	-191.81	-191.99	-192.07
δ_1	0	0.32	0.39	0.49	0.61	0.61	0.61
δ_2	0	0.58	0.62	0.6	0.58	0.58	0.58
λ_1	100	51.78	113.36	224.49	293.48	293.42	293.26

λ_2	100	-46.26	-104.56	-214.9	-282.97	-282.63	-282.46
λ_3	100	151.01	335.81	674.91	887.13	887.27	886.79
λ_4	100	293.95	663.7	1343.07	1765.05	1764.33	1763.32
λ_5	100	89.43	68.21	54.22	29.85	2.71	0.25
λ_6	300	383.38	731.91	1397.28	1794.89	1767.04	1763.57
P_s	400	-108.29	-166.17	-195.51	-229.92	-229.97	-230
s_1	200	100.9	81.85	59.4	29.92	29.97	30
s_2	200	18.18	1.65	0.15	0.08	0.03	0

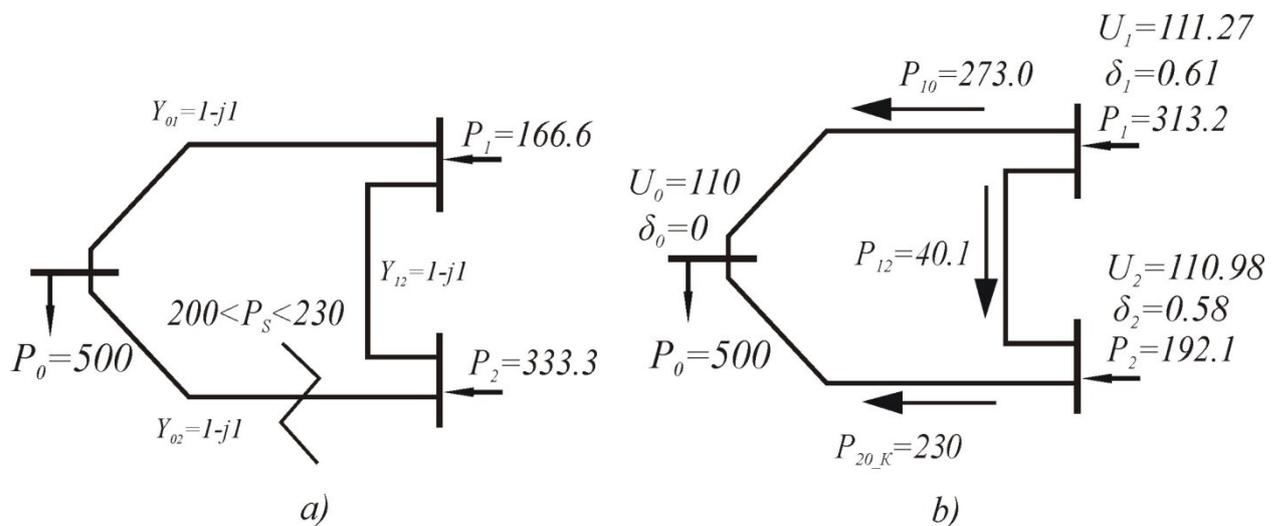


Рисунок 3.7 - Исходная схема (а) и режим с активным ограничением (б)

3.6 Моделирование сечений

На практике ограничения перетоков мощности применяются в основном не для отдельных линий, а для сечений. В сечение могут входить сразу несколько линий. При расчете потока в сечении используется формула

$$g(\delta, V) = \sum_k \text{sign}_k \cdot PL_k(\delta, V), \quad (3.16)$$

где sign_k – «+1» или «-1», в зависимости от знака мощности ветви, с которым она входит в мощность сечения; PL_k – активная мощность ветви.

Активная мощность ветви рассчитывается как

$$PL_k = (\delta_i, V_i, \delta_j, V_j) = P_{ij}(sd_k - 1) + P_{ji}sd_k, \quad (3.17)$$

где sd_k – коэффициент [0–1], определяющий место измерения потока мощности в ветви. Если $sd_k = 0$, то мощность измеряется около узла начала ветви (i), и если $sd_k = 1$ – около узла конца (j). Для sd_k допустимо любое промежуточное значение.

Пример 3.6. Предлагается рассмотреть схему, изображенную на рисунке 3.8, и решить задачу ВРДО.

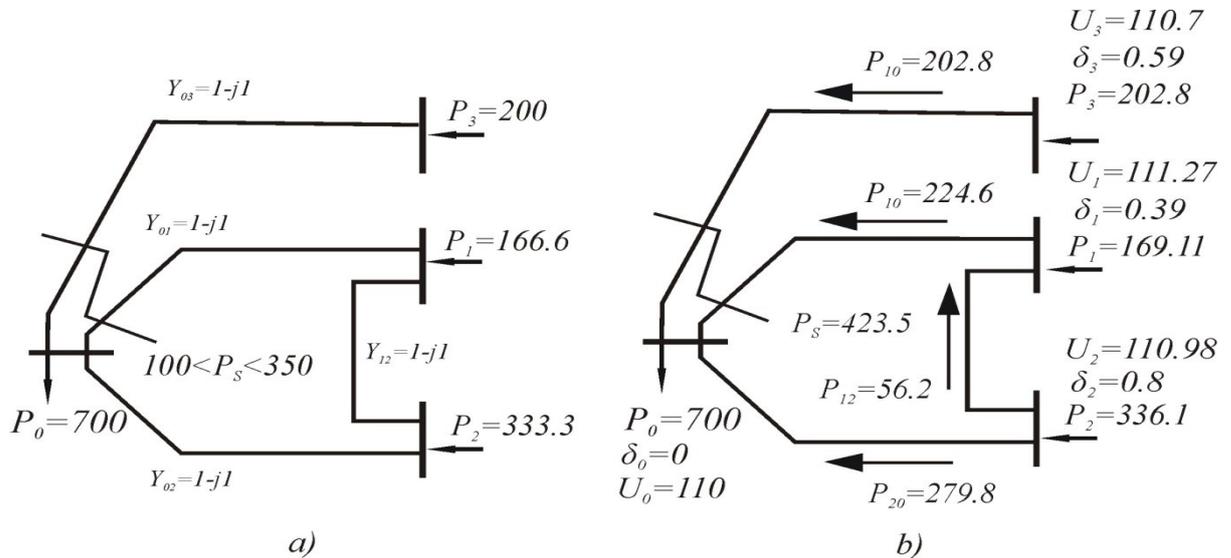


Рисунок 3.8 - Схема сети (а), режим без учета ограничений (б)

В целевую функцию добавится еще один узел с соответствующим балансовым ограничением. Требуется минимизировать

$$F(P_1, P_2, P_3) = (P_1 - P_1^0)^2 + (P_2 - P_2^0)^2 + (P_3 - P_3^0)^2$$

с учетом ограничений:

$$\begin{aligned} P_S^{\min} &= 200 \text{ МВт}; \\ P_S^{\max} &= 300 \text{ МВт}; \\ P_S^{\min} &< P_{20} < P_S^{\max}. \end{aligned}$$

Уравнения балансов активной мощности для всех узлов формируются из (2.54).

Ограничение на переток в сечении

$$\varphi_S = P_S - P_{\text{сеч}},$$

где

$$\begin{aligned} P_{\text{сеч}} &= PL_1 + PL_3 = P_{10}(sd - 1) + P_{01}sd + P_{30}(sd - 1) + P_{03}sd = \\ &= (V_1^2 g_{10} - V_1 V_0 (g_{10} \cos(\delta_1 - \delta_0) + b_{10} \sin(\delta_1 - \delta_0)))(sd - 1) + \\ &+ (V_0^2 g_{01} - V_0 V_1 (g_{01} \cos(\delta_0 - \delta_1) + b_{01} \sin(\delta_0 - \delta_1)))(sd) + \\ &+ (V_3^2 g_{30} - V_3 V_0 (g_{30} \cos(\delta_3 - \delta_0) + b_{30} \sin(\delta_3 - \delta_0)))(sd - 1) + \\ &+ (V_0^2 g_{03} - V_0 V_3 (g_{03} \cos(\delta_0 - \delta_3) + b_{03} \sin(\delta_0 - \delta_3)))(sd). \end{aligned}$$

Функция Лагранжа

$$L = F(P_1, P_2, P_3) + \lambda_1 \varphi_1 + \lambda_2 \varphi_2 + \lambda_3 \varphi_0 + \lambda_4 \varphi_s + \lambda_5 g_1 + \lambda_6 g_2 - \mu(\ln s_1 + \ln s_2).$$

Частные производные функции Лагранжа ничем не будут отличаться от приведенных в примерах ранее. Только заметно усложнится вид функции производной по первому и новому третьему узлам, так как они ограничивают сечение. Результаты итерационного расчета приведены в таблице 3.2, окончательный режим с активным ограничением изображен на рисунке 3.9.

Таблица 3.2 - Результаты расчета для примера 3.6

Переменная	Итерация						
	1	2	3	4	5	6	7
P_1	-166	-167.47	-168.58	-170.01	-170.94	-170.96	-170.96
P_2	-333	-374.38	-395.51	-432.1	-449.45	-449.45	-449.45
P_3	-200	-160.32	-141.16	-106.43	-90.09	-90.12	-90.13
δ_1	0	0.36	0.43	0.52	0.57	0.57	0.57
δ_2	0	0.73	0.88	1.06	1.15	1.15	1.15
δ_3	0	0.25	0.23	0.11	0.06	0.06	0.06
λ_1	100	33.51	13.01	8.7	9.28	9.32	9.32
λ_2	100	105.18	159.83	230.19	232.3	232.3	232.29
λ_3	100	-39.99	-136.54	-218.06	-219.82	-219.75	-219.74
λ_0	300	246.03	331.5	469.6	474.56	474.54	474.52
λ_4	400	348.56	482.8	688.57	694.84	694.74	694.72
λ_5	200	18.18	6.03	0.9	0.09	0.01	0
λ_6	200	241.66	461.34	689.47	694.92	694.75	694.72
P_s	200	-249.67	-303.51	-336.03	-349.98	-350	-350
s_1	200	267.02	267.56	255.77	249.98	250	250
s_2	200	18.18	1.65	0.15	0.02	0	0

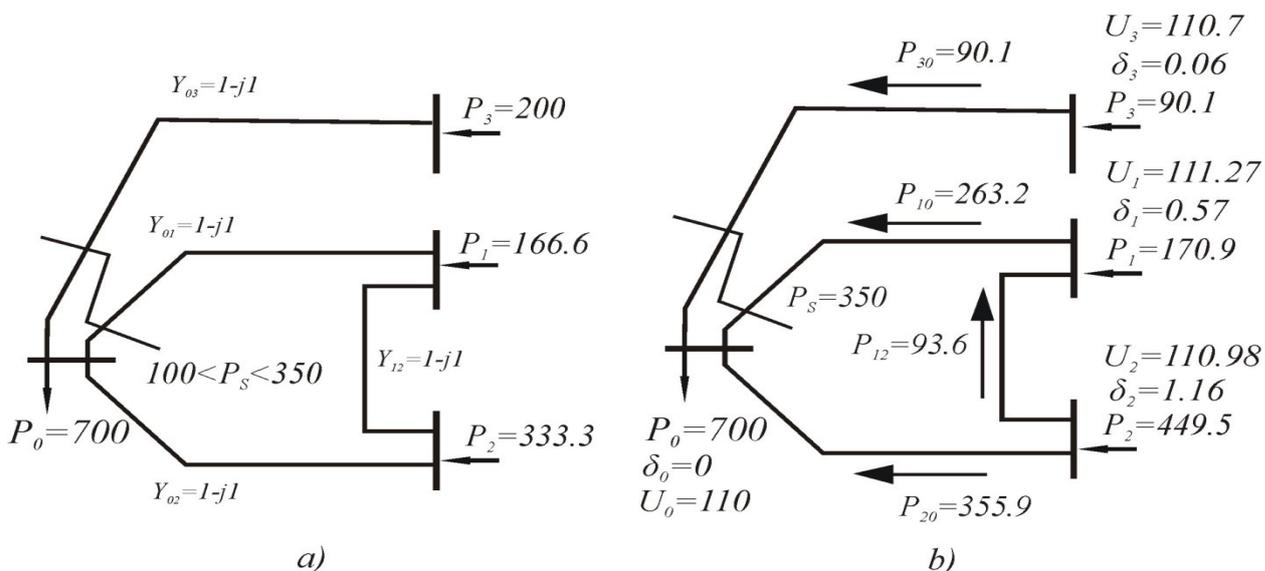


Рисунок 3.9 - Схема сети (а), режим с учетом ограничений (b)

На рисунке 3.10 приведены варианты решений для различных мест контроля перетока в сечении.

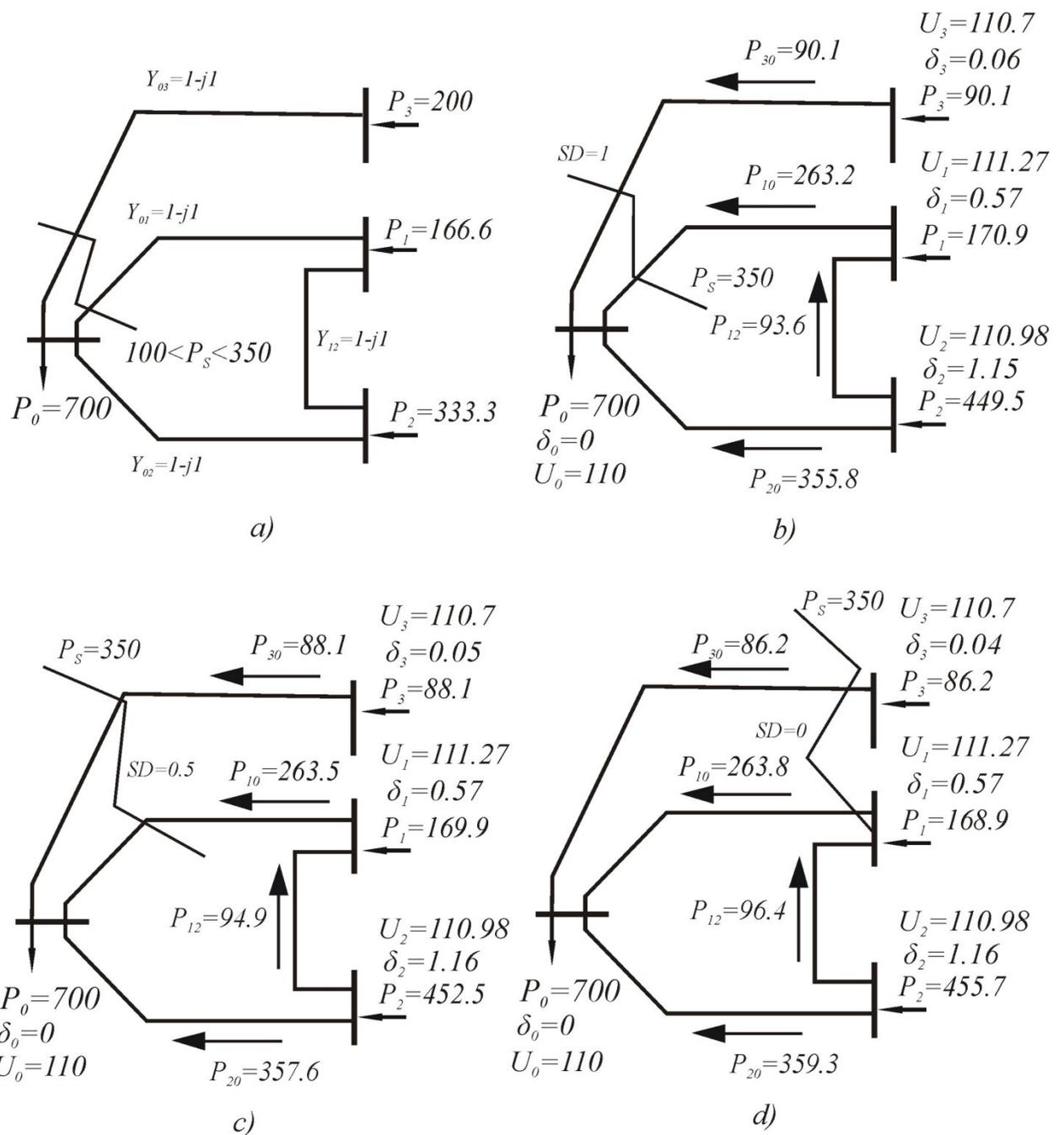


Рисунок 3.10 - Схема сети (а), ограничение по сечению в начале $sd = 1$ (b),
ограничение по сечению в середине $sd = 0.5$ (c),
ограничение по сечению в конце $sd = 0$ (d)

3.7 Практическая реализация

Представленные алгоритмы реализованы в специализированном ПО ВРДО, осуществляющем расчет задачи ввода режима в допустимую область на оцененных данных телеметрии, в разработке которого автор принимал непосредственное участие.

3.7.1 Схема работы ПО ВРДО

Схема представлена на рисунке 3.11. Для расчетной схемы формируются данные телеметрии, на них запускается оценка состояния, результатом которой является файл режима в формате ПК «Космос», этот режим конвертируется в формат программы «RastrWin3», которая запускает расчет ВРДО.

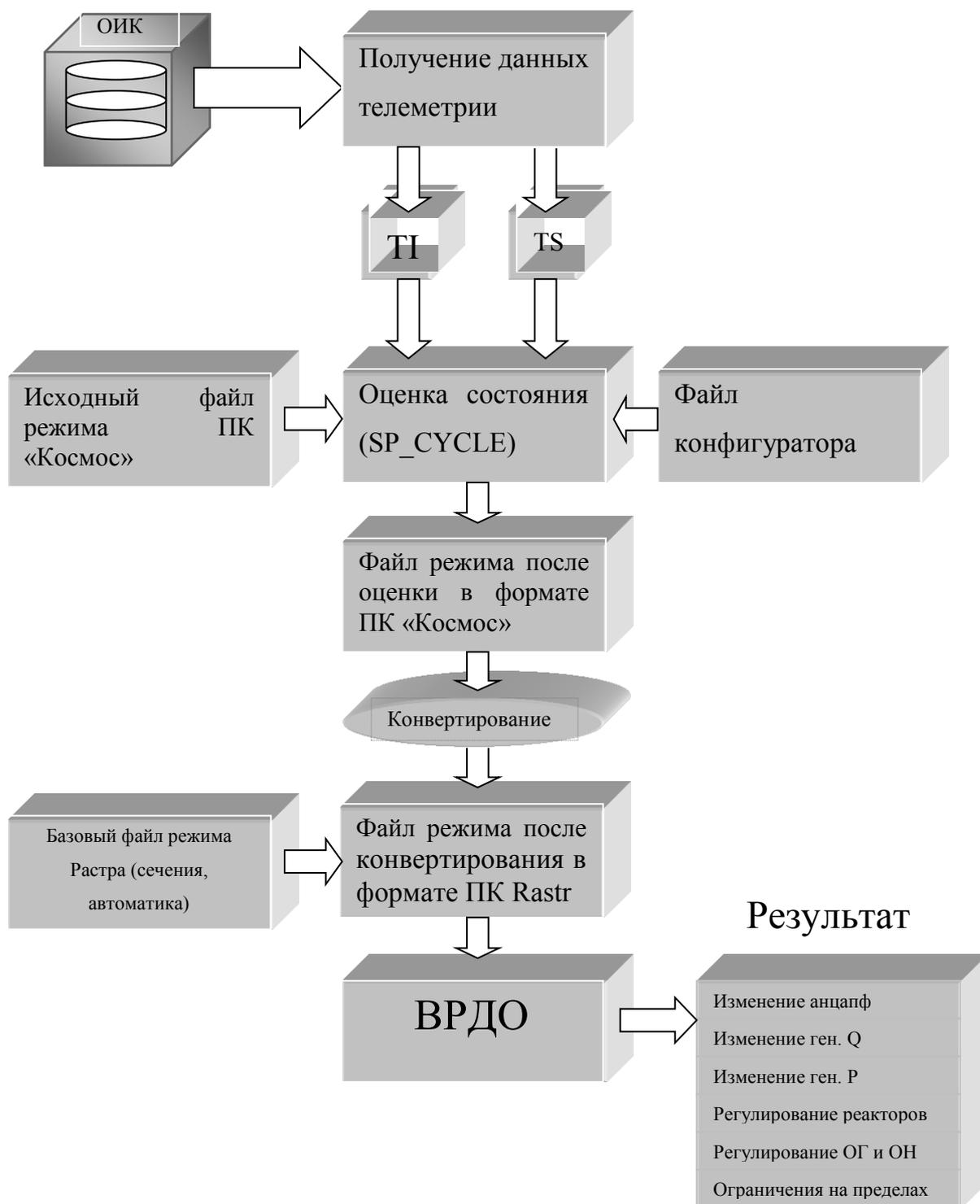


Рисунок 3.11 - Схема работы ПО ВРДО

Рассмотрим взаимодействие и работу используемых модулей более подробно.

Взаимодействие с сервером СК-2007 для получения среза телеизмерений

Оперативно-информационный комплекс компании ЗАО «Монитор Электрик» СК-2007 предназначен для обеспечения автоматического приема, контроля достоверности, обработки, передачи и хранения телеметрических и других поступающих данных о режиме работы энергетической системы. Как и для всех ОИК'ов, к нему существуют утилиты доступа для получения среза данных ТИ, запуск этой утилиты будет первой задачей в общем списке задач. Результатом работы будут сформированные файлы телеизмерений.

Взаимодействие с ПК «Космос» для проведения оценки полученных ТИ

Полученные телеизмерения необходимо оценить, на сегодняшний день наиболее распространенным комплексом для оценки состояния является ПК «Космос» и его приложения, поэтому для выполнения последующих задач авторы ориентировались на формат результатов оценки состояния, выполненной в среде ПК «Космос». В составе комплекса ПО ВРДО используется модуль SP_CYCLE, предназначенный для циклического оценивания состояния, для которого в качестве входных параметров используется описание одного из режимов, сформированное с помощью ПК «Космос», директория, хранящая результаты работы модуля получения ТИ, и собственный файл конфигуратора, в котором указываются различные настройки и пути к файлам результатов ОС. После выполнения задачи ОС формируется экспортный файл режима в формате ПК «Космос».

Интерфейс прямого конвертирования данных из ПК «Космос» в ПК «RastrWin3»

В ПК «RastrWin3» существует возможность конвертировать файлы режимов ПК «Космос» напрямую, не используя формат ЦДУ. Преимуществами такого подхода по сравнению с экспортом/импортом в файл формата ЦДУ являются:

- конвертирование номеров каналов телеизмерений;
- конвертирование баз данных анцапф трансформаторов;
- конвертирование отключенных сетевых элементов;
- отсутствие промежуточных файлов;
- возможность конвертирования графической/коммутационной схемы;

- независимость от ПК «Космос».

Применение встроенного конвертора позволяет сформировать файл режима для запуска процедуры ВРДО на оцененных данных телеметрии SCADA системы.

Цикл ВРДО подразумевает под собой автоматическое получение ТИ, их оценку, конвертирование результатов оценки в формат ПО ВРДО и запуск задачи ВРДО. Задачи цикла выполняются отдельными модулями со своими входными, выходными параметрами и настройками. Таким образом, для обеспечения работы цикла требуется не только настроить работу этих отдельных модулей, но и обеспечить взаимодействие между ними. В ПО ВРДО такая настройка осуществляется с помощью специально разработанного программного модуля LOOP.exe и его конфигурационного файла loop.xml. Файл представляет собой описание задач (TASK) цикла с их параметрами и находится в корневом каталоге на диске C:\Loop\loop.xml. Для формирования задачи необходимо указать путь к запускаемому модулю, параметры запуска и коды успешного возврата. Например, задача получения данных телеметрии из ОИК выглядит следующим образом:

```
<TASK NAME="get_ti_CDU" ENABLE="1" PATH="C:\kocmoc\Get_TM\Get_TM.exe">
  <PAR VAL="C:\LOOP\TMP" QUOTS="NO"/>
  <PAR VAL="[KDATE]" QUOTS="NO"/>
  <OK VAL="0"/>
</TASK>
```

Структура описания задачи:

- | | |
|----------------|--|
| NAME | Имя задачи, может быть задано произвольно; |
| ENABLE | 1 – включена, 0 – отключена; |
| PATH | Путь к запускаемому модулю; |
| PAR VAL | Параметр с которым будет запущена задача, их может быть несколько; |
| OK VAL | Коды возврата, считающиеся успешным завершением выполнения задачи. |

3.7.2 Расчетный модуль

Программа осуществляет поиск минимума целевой функции при заданном наборе ограничений типа равенство и неравенство. Целевая функция делится на **основную** и **вспомогательную** части. К **основной** относится кусочно-квадратичная функция от активной мощности “генераторов”. Под генераторами понимается любой **управляемый** ресурс активной мощности генерации или нагрузки, имеющий цену, диапазоны регулирования и тип регулирования (непрерывный – тип генератора ВРДО, дискретный – тип генератора ВРДО2). Составляющими ЦФ могут быть: потери, сумма квадратов отклонений или сумма модулей отклонений от заданного режима. Основная целевая функция всегда присутствует при ВРДО и может дополняться **вспомогательной** частью – штрафом за нарушение ограничений. Ограничения типа **равенство** – это баланс активной и реактивной мощности во всех узлах электрической сети. Балансирующий узел отсутствует, есть только базисный, в котором задан модуль и угол напряжения.

Ограничения типа **неравенство** делятся на жесткие и мягкие. Все жесткие ограничения не включаются в целевую функцию, при невозможности их выполнения ПО ВРДО фиксирует аварийное завершение расчета. Дополнительно к жестким ограничениям можно задать мягкие ограничения, которые включаются во вспомогательную целевую функцию и позволяют установить желаемые значения величины или желаемый диапазон ее изменения. Соотношения между жесткими ограничениями (P_{\min} - P_{\max}), мягкими (P_{\min} - P_{\max}) и целевой функцией F показаны на рис. 3.6.

Принятая постановка подразумевает основную целевую функцию вида

$$\min F = \sum_i^M f(P_i^{\text{ген}}), \quad (3.18)$$

где $f(P_i^{\text{ген}})$ – кусочно-квадратичная функция от $P_i^{\text{ген}}$ генераторов, предполагается, что функция имеет единственный минимум для каждого $P_i^{\text{ген}}$.

В каждом узле электрической сети может находиться любое число «генераторов», моделирующих как реальную генерацию, так и фиктивную (например, отключение нагрузки). В зависимости от числа и типа заданных генераторов различают следующие ситуации.

1. В сети не задан ни один генератор (либо на всех генераторах установлен признак постоянной генерации). В параметрах оптимизации задана минимизация потерь: **Да**. В этом случае программа автоматически создает генератор в балансирующем узле. Для случая минимизации потерь основная целевая функция состоит из мощности одного генератора и имеет вид

$$F = 0.025P^2 + 1000P. \quad (3.19)$$

Ее минимум достигается при мощности генератора, равной -20000 МВт. Таким образом, уменьшение мощности генератора может быть достигнуто только уменьшением потерь.

2. В сети не задан ни один генератор (либо на всех генераторах установлен признак постоянной генерации). В параметрах оптимизации минимизация потерь не задана: **Нет**. В этом случае программа автоматически создает генератор в балансирующем узле, в котором создается целевая функция

$$F = 0.025(P - P_{исх})^2. \quad (3.20)$$

То есть программа минимизирует отклонение от исходного режима. В этом случае для улучшения ЦФ рекомендуется дополнить ее вспомогательной.

3. Среди заданных генераторов имеется генератор типа ВРДО с неустановленным признаком постоянной генерации. В этом случае в нем осуществляется плавное регулирование по взвешенному квадратичному минимуму отклонения от заданной (или исходной) мощности:

$$F = F + T(P - P_{зд})^2, \quad (3.21)$$

где $P_{зд}$ – заданная мощность генератора, T – цена отклонения.

4. Среди заданных генераторов имеется генератор типа ВРДО2 с неустановленным признаком постоянной генерации. В этом случае в нем осуществляется дискретное изменение мощности с целевой функцией:

$$F = F + T|P|. \quad (3.22)$$

Как правило, в результате расчета мощность такого «генератора» принимает одно из значений – P_{\min} , 0, P_{\max} . Таким образом, фиктивный «генератор» может задаваться в дополнение к основному для моделирования отключения в узле генерации (ОГ) ($P_{\min} < 0$, $P_{\max} = 0$), либо нагрузки (ОН) ($P_{\min} = 0$, $P_{\max} > 0$).

5. Для моделирования одновременного отключения нагрузки в нескольких узлах могут задаваться нагрузочные группы ВРДО, в этом случае автоматически создается генератор типа ВРДО2, связанный с несколькими узлами.

Генераторы типа «ВРДО» имеют ценовую характеристику в виде параболы, характеризующей квадратичное увеличение затрат при отклонении от текущей мощности генерации. В ходе ввода режима в допустимую область программа осуществляет оптимизационный расчет режима с целевой функцией по данному генератору, минимизирующей отклонение генерации от заданного значения. При отсутствии минимизации потерь, если на вход программы подать сбалансированный режим, не имеющий активных ограничений типа неравенство, расчетная мощность будет совпадать с заданной. При наличии ограничений (а также при отсутствии баланса мощности) программа будет изменять мощность генерации и в первую очередь в генераторах с низким тарифом.

Вспомогательная часть целевой функции появляется при задании мягких ограничений, дополняющих жесткие. Для мягких ограничений необходимо задавать цену, с которой они включаются в целевую функцию. Для следующих типов ограничений можно задавать жесткие и дополнительно мягкие ограничения:

- допустимый диапазон модуля напряжения;
- регулировочный диапазон реактивной мощности;
- допустимый диапазон перетока по сечению;
- допустимый ток ветви;
- регулировочный диапазон вещественной составляющей коэффициента трансформации;
- регулировочный диапазон мнимой составляющей коэффициента трансформации.

При задании мягких ограничений во вспомогательную часть целевой функции попадает дополнительная составляющая:

$$\begin{aligned}
F &= F + T(P - P_{smax})^2 \text{ при } P > P_{smax} \\
F &= F + T(P - P_{smin})^2 \text{ при } P < P_{smax} \\
F &= F + 0 \text{ при } P_{smin} < P < P_{smax} ,
\end{aligned}
\tag{3.23}$$

где P – значение контролируемой величины (мощность, напряжение, ток, коэффициент трансформации); P_{smin} , P_{smax} – мягкие ограничения; T – цена ограничения. Очевидно, что чем выше цена мягкого ограничения, тем точнее оно будет соблюдаться, но при этом возможно сильное искажение основной целевой функции. Поэтому не следует стремиться завышать значение цен ограничений, так как это может привести к плохой сходимости расчета.

При аварийном завершении расчета программа пытается определить причину потери сходимости, обычно связанную либо с невозможностью выдерживания всех сетевых ограничений, либо с дефицитом/избытком мощности. Допустимая область решения определяется максимально допустимыми значениями множителей Лагранжа, заданными в параметрах оптимизации (обычно в пределах 100 000–500 000). Такой множитель связан с каждым ограничением. Он равен нулю для неактивного ограничения и стремится к бесконечности при невозможности его выдержать. В силу нелинейности итерационного процесса решения программа пытается откорректировать шаг на каждой итерации таким образом, чтобы решение находилось в допустимой области. Если выбранный шаг ведет к выходу из допустимой области, программа корректирует шаг и выдает причину этого действия. При трехкратной попытке выйти за пределы допустимой области программа фиксирует аварийное окончание. В причине аварийного окончания указывается номер ограничивающего элемента (узел, ветвь, сечение), тип ограничения и точка, в которой невозможно выдержать ограничение, значения мощностей и множителя Лагранжа (по умолчанию значения максимально допустимых множителей равны 100 000).

3.7.3 Ограничения целевой функции ВРДО

При поиске минимума ЦФ программа требует выполнения заданных ограничений. Все ограничения делятся на две большие группы: ограничения типа равенство и ограничения типа неравенство. Каждому ограничению ставится в соответствие множитель Лагранжа, показывающий условную цену данного

ограничения. Чем больше величина этого множителя, тем больший вклад вносит соблюдение этого ограничения в увеличение целевой функции. Если ограничение выдержать невозможно, то соответствующий множитель Лагранжа начинает стремиться к бесконечности. При настройке программы оптимизации для каждого типа ограничений задается максимально допустимая величина множителя, при превышении которой программа фиксирует аварийное окончание расчета с выдачей соответствующего сообщения.

К ограничениям в форме равенства относятся уравнения установившегося режима электрической сети в полярных координатах

$$\begin{cases} \varphi_i(V, \delta, K, P_i^{\text{ген}}) = 0, & i = \overline{1, N} \\ \varphi_i(V, \delta, K, Q_i^{\text{ген}}) = 0, & i = \overline{1, N} \end{cases} \quad (3.24)$$

Уравнения относятся к классу нелинейных, и поэтому существует возможность отсутствия их решения при любых комбинациях неизвестных. В базисном узле электрической сети должен быть задан угол и модуль напряжения. Уравнения баланса мощности такого узла включаются в систему уравнений. Эта же система уравнений используется при расчете УР. Поэтому установившийся режим всегда сбалансирован после успешного выполнения ВРДО.

Все ограничения типа неравенство (за исключением тока линии) задаются в двустороннем виде:

$$P_{\min} \leq P \leq P_{\max} \quad (3.25)$$

решение может быть получено на одной из трех точек (Рисунок 3.12).

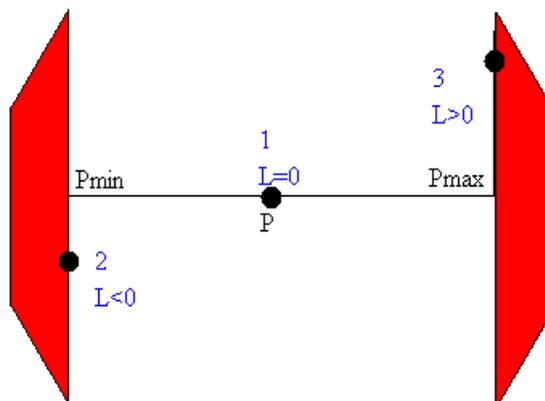


Рисунок 3.12 - Вид ограничений и связанного множителя Лагранжа

В точке 1 ограничение неактивно – множитель Лагранжа равен нулю. Такое ограничение не влияет на величину целевой функции. В точках 2 и 3 ограничение активно – множитель Лагранжа отличен от нуля. Соблюдение такого ограничения приводит к изменению целевой функции. Для каждого ограничения задается допустимый диапазон изменения величины (P_{\min}/P_{\max}) и признак контроля (Контр). Если признак контроля не установлен, то при оптимизации ограничение не принимается во внимание.

В программе допустимая область формируется из совокупности режимных ограничений, заданных в форме неравенства и подразделяющихся на независимые

$$\begin{aligned} Q_i^{\min} &\leq Q_i \leq Q_i^{\max} \\ K_i^{\min} &\leq K \leq K_i^{\max} \\ P_{ri}^{\min} &\leq P_{ri} \leq P_{ri}^{\max} \end{aligned} \quad (3.26)$$

и зависимые ограничения

$$\begin{aligned} V_i^{\min} &\leq V_i \leq V_i^{\max} \\ I_i(V, \partial, K) - I_i^{\text{доп}} &\leq 0 \\ P_{si}^{\min} &\leq P_{si}(V, \partial, K) \leq P_{si}^{\max}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

К независимым ограничениям относятся ограничения для величин, на которые можно воздействовать непосредственно, например, изменять коэффициент трансформации, регулировать выработку активной и реактивной мощности на генераторах. Другими словами, это ограничения возможностей регулирования в энергосистеме. Соответственно в роли зависимых ограничений выступают функциональные ограничения расчетных величин напряжений, токов, перетоков мощности в сечениях и прочие. Фактически их можно назвать контролируруемыми параметрами, за счет которых устанавливаются рамки требуемого режима, который необходимо получить в результате расчета ВРДО за счет использования возможностей регулирования. Задание независимых ограничений способствует улучшению оптимизации, задание зависимых, наоборот, может ухудшить сходимость и даже привести к расходящемуся процессу.

Дополнительно к жестким можно задать мягкие ограничения. Для этого нужно задать их границы, признак контроля мягких ограничений и цену их нарушения. Для мягких ограничений должно выполняться условие

$$P_{\min} \leq P_{s_{\min}} \leq P \leq P_{s_{\max}} \leq P_{\max} \quad (3.28)$$

3.7.4. Итоговая схема реализации программы

Процедура расчета ВРДО представляет собой иерархическую структуру, схематично изображенную на рисунке 3.13.

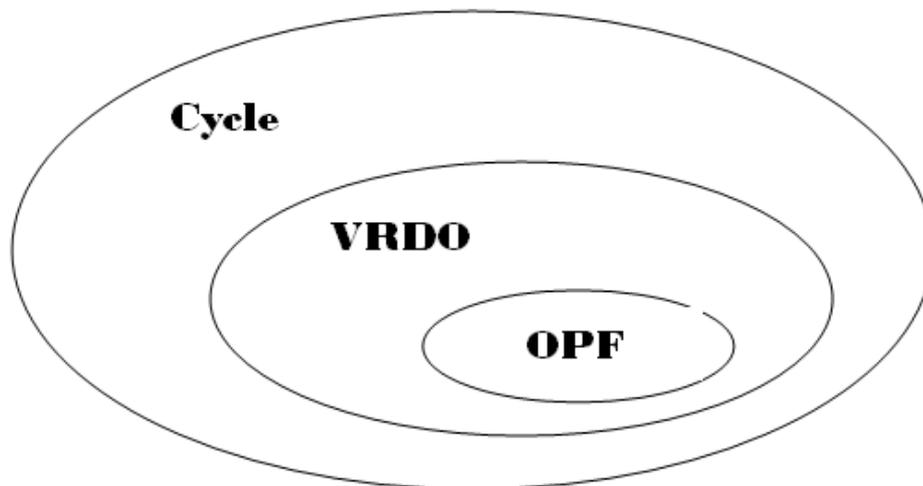


Рисунок 3.13 - Иерархия задачи ВРДО

OPF: Ядро расчета ВРДО. Осуществляет расчет оптимального режима, регулирование активной/реактивной мощности и коэффициентов трансформации в заданных пределах с учетом заданных ограничений. Для успешной работы требуется выполнение следующих условий:

- наличие заданных ограничений по напряжениям;
- наличие заданных пределов регулирования коэффициентов трансформации;
- назначение узлов/генераторов, участвующих в регулировании (по мощности);
- назначение ветвей, участвующих в регулировании (по K_{tr}).

VRDO: Автономный режим запуска. Расширение для OPF, обеспечивает доводку текущего режима как для выполнения OPF, так и после него. Выполняемые задачи:

- расчет номеров анцапф по текущему K_T и пределов регулирования коэффициентов трансформации $K_{T_{\min}}$, $K_{T_{\max}}$ по базам данных анцапф;
- автоматический расчет пределов регулирования напряжения у генерирующих узлов в диапазоне $\pm 15\% U_{ном}$ при отсутствии явно заданных пределов;

- автоматическое обозначение узлов и ветвей, участвующих в регулировании;
- запуск автоматики (при наличии);
- промежуточное сохранение результатов расчета.

Cycle: Расчет на оперативном режиме по данным телеметрии. Возможна работа в режиме Online. Выполняемые задачи:

- получение телеметрии за указанное время;
- оценка состояния по данным телеметрии;
- конвертирование оцененного режима в формат *rg2*.

В программе существует возможность отдельного запуска каждого вида расчета. Для учета ограничений в ЦФ необходимо выставить признаки контроля для зависимых и признаки регулирования для независимых ограничений. Общий вид программы представлен на рисунке 3.14.

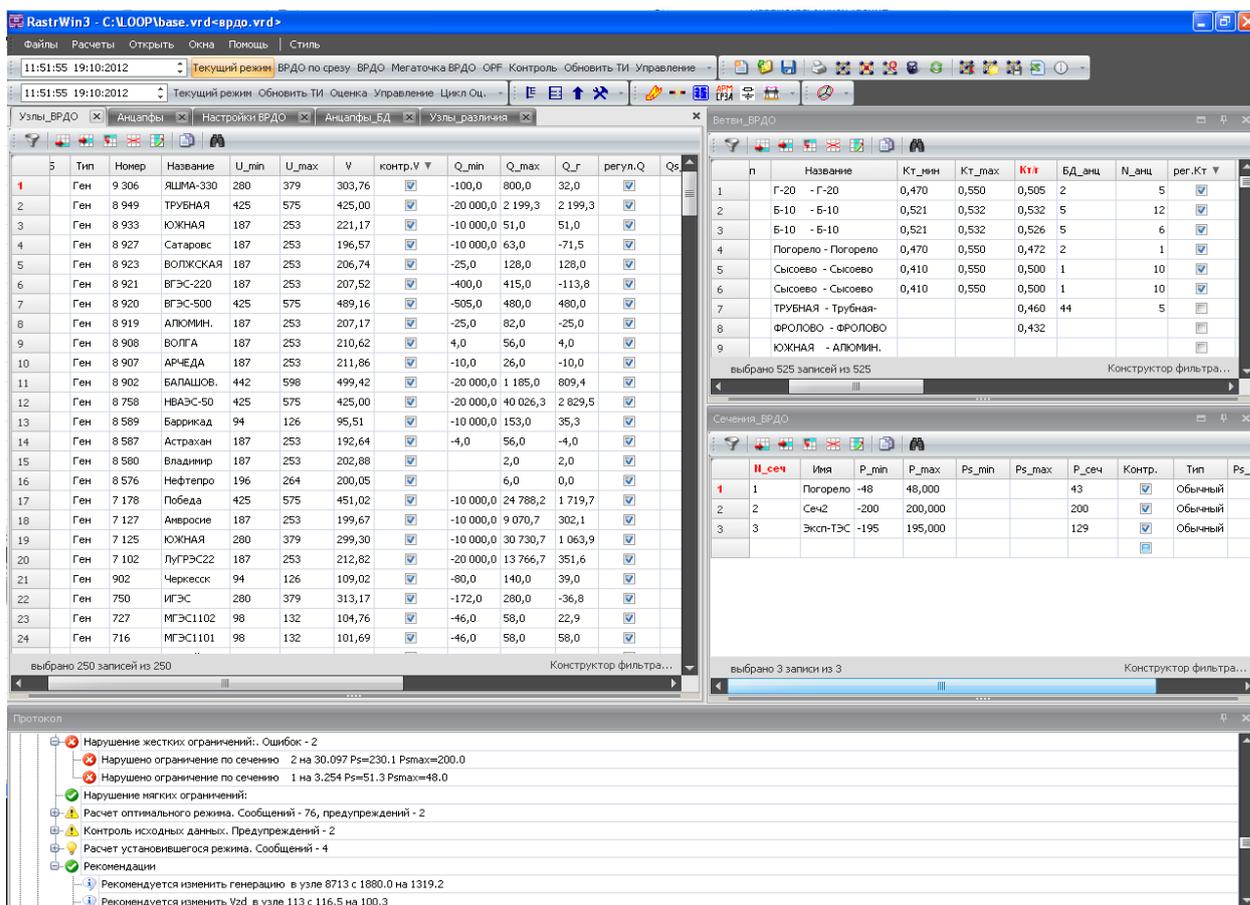
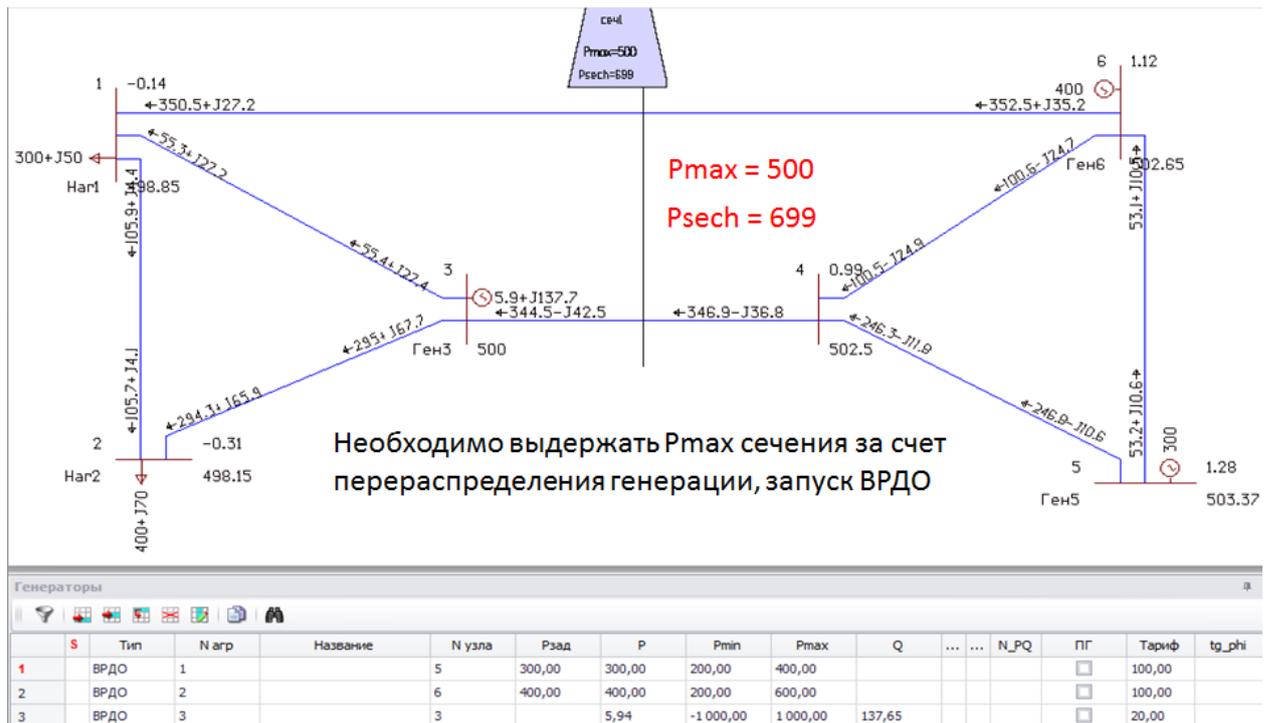


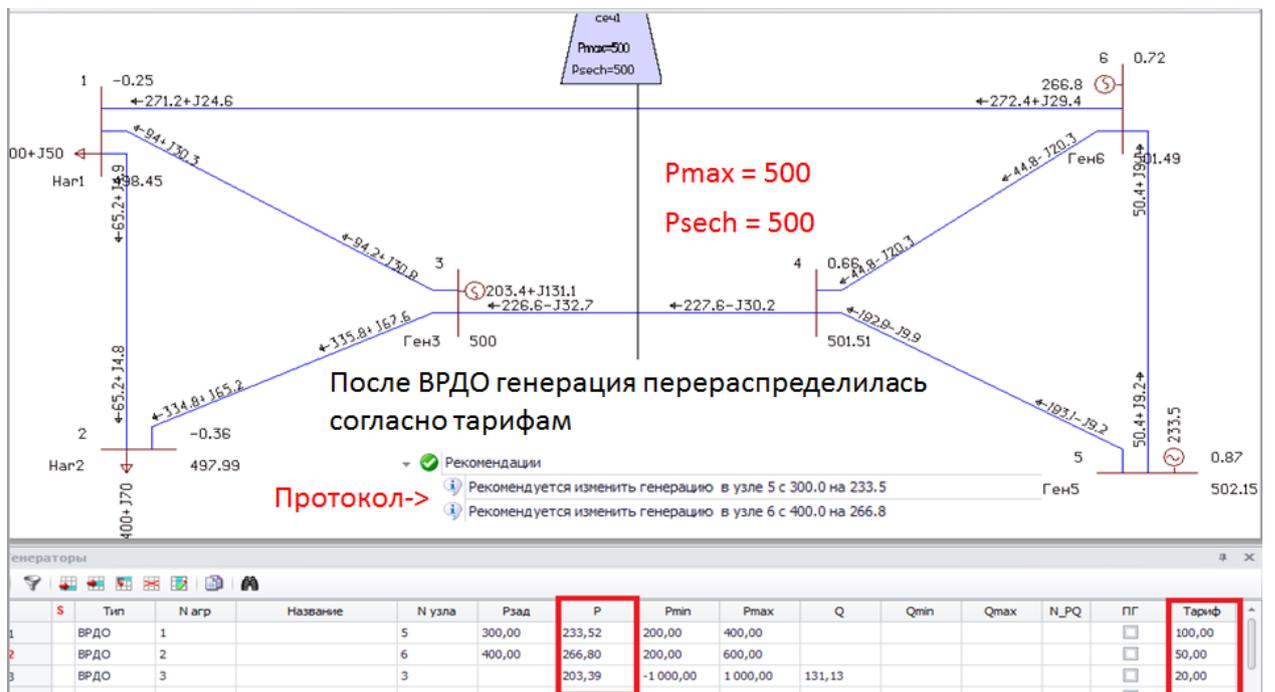
Рисунок 3.14 - Общий вид ПО ВРДО

На рисунке 3.15 представлен пример решения задачи ВРДО по ограничению перетока активной мощности в сечении за счет перераспределения регулирования

выработки активной мощности на регулируемых генераторах согласно заданным тарифам.



а)



б)

Рисунок 3.15 - а) Пример постановки задачи ВРДО

б) Пример решения задачи ВРДО

В примере исходный переток по сечению превышает допустимый на 199 МВт. Функция ВРДО обеспечивает расчет оптимальных управляющих

воздействий для обеспечения допустимости режима. Установленная мощность генераторов в узлах 5 и 6 равна 300 и 400 МВт соответственно, относительная стоимость отклонения генерации от заданной для генератора в узле 5 в 2 раза выше, чем у генератора в узле 6. Если рассматривать задачу без учета потерь, то суммарную мощность генерации в правой (относительно сечения) части схемы требуется снизить на 200 МВт. Согласно тарифам более «дешевый» генератор возьмет на себя 1/3, а более «дорогой» 2/3 части необходимого суммарного объема изменения генерации, то есть 66.6 и 133.3 МВт соответственно. В программе учет потерь осуществляется за счет учета ограничений балансов мощности в узлах. Рассчитанные УВ выводятся в протокол при успешном завершении расчета. Пример наглядно демонстрирует общий подход к решению задач в ПО ВРДО. Основной областью применения ПО является расчет УВ для ввода режимов в область допустимости на больших схемах с большим количеством ограничений и, где выбор необходимых УВ далеко не очевиден.

Для схемы, состоящей из 8655 узлов и 12867 ветвей, при наличии 8637 ограничений, из которых 12 являются активными в исходном режиме, время расчета в интерфейсе программы с выдачей сообщений в лог составило 35 секунд. Для схем с размерностью, не превышающей 1000 узлов, время расчета не превышает 5 секунд при любых комбинациях заданных ограничений. При работе расчетного модуля в оперативном режиме без пользовательского интерфейса время работы будет меньше.

ПО ВРДО протестировано в качестве модуля EMS-приложения во всех филиалах АО «СО ЕЭС». В процессе испытаний были устранены недочеты и учтены пожелания пользователей. Эксплуатация модуля продемонстрировала возможность широкого применения предлагаемой схемы получения оперативного режима для расчета различных электротехнических задач в реальном времени. Акт о готовности программного обеспечения к вводу в промышленную эксплуатацию приведен в приложении П.2.

3.8 Выводы

1. Сформулированы условия постановки задачи ВРДО как оптимизационной задачи с учетом различных видов ограничений, решаемой с использованием МВТ.

2. Разработана модель оптимизационного расчета УР без использования балансирующих узлов. Баланс по активной мощности в узлах достигается за счет возможностей регулирования заданных источников активной мощности. Такой подход позволяет проводить оптимизацию по критерию минимума потерь не за счет минимизации суммарных функций потерь по каждой отдельной линии, а за счет минимизации специальной функции единственного генератора, имитирующего балансирующий узел.

3. Разработаны модели дискретного регулирования источников активной мощности для возможности моделирования УВ вида ОГ и ОН. Представлены способы формирования ЦФ в зависимости от необходимости минимизации потерь, числа и типа заданных источников активной мощности, учета различного рода ограничений. В качестве основных ЦФ могут выступать следующие задачи или их комбинации:

- ликвидация нарушенных ограничений (по току, напряжениям, сечениям P_S);
- ликвидация токовых ограничений;
- разгрузка сечений;
- минимизация потерь;
- оптимизация загрузки станций (генераторов);
- минимизация отклонений от заданных графиков напряжений, нагрузки и генерации.

4. Выполнена адаптация МВТ для оптимизационных задач электроэнергетики, на этой основе разработано и реализовано ПО ВРДО, обеспечивающее ввод режима в допустимую область на оцененных данных телеметрии. Определена иерархическая структура взаимодействия расчетных модулей, для этого дополнительно разработан модуль LOOP.exe, организующий их взаимодействие и обеспечивающий возможность работы всего приложения в режиме Online.

МЕТОД ВНУТРЕННЕЙ ТОЧКИ В ЗАДАЧЕ ОЦЕНИВАНИЯ СОСТОЯНИЯ

4.1 Общая постановка задачи ОС

В практических расчетах приходится учитывать факт наличия шума в измерениях. Кроме того, любое измерение, производимое физическим устройством, имеет класс точности, определяемый производителем. Для примера, если устройство измерения имеет класс точности $\pm 5\%$, то это означает, что мощность 100 МВт будет идентифицирована в районе 95–105 МВт. Это вносит элемент неопределенности в измерения. Причины возникновения ошибок в измерениях представлены в [32,33].

Наиболее часто производятся измерения напряжений в узлах, активных и реактивных потоков мощности по линиям и инъекций в узлах. Пусть $\{z_1, \dots, z_m\}$ – вектор измерений, а уравнения, соответствующие измеренным величинам, определены как $\{f_1(x), \dots, f_m(x)\}$, где x – это вектор значений оцениваемых переменных, а $f(x)$ – нелинейная функция, выражающая измеренный параметр через неизвестные – модуль и угол напряжения. Таким образом, задача оценивания состояния может быть сформулирована как оптимизационная задача, где целевой функцией является минимизация неотрицательных невязок измерений. При её решении, как правило, используются два наиболее общих метода формирования ЦФ:

$$\min F(x) = \min \frac{1}{2} [z - f(x)]^t [z - f(x)] = \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} (z_i - f_i(x))^2; \quad (4.1)$$

$$\min F(x) = \min \sum_{i=1}^m |z_i - f_i(x)|. \quad (4.2)$$

Разница $z_i - f_i(x)$ относится к невязкам для измерения i . Уравнение (4.1) минимизирует сумму квадратов невязок, квадратичная форма невязки в ЦФ гарантирует неотрицательность ЦФ. Поскольку в (4.1) минимизируется сумма квадратов невязок, то метод более известен под названием метода наименьших

квадратов (МНК). В уравнении (4.2) минимизируется сумма абсолютных значений невязок, чем исключается компенсация положительных значений невязок при $z_i - f_i(x) < 0$. Задача общеизвестна как метод наименьших модулей (МНМ).

Формулировка (4.1) не учитывает точность измерений. Измерение, произведенное с большей точностью, должно обладать большим «весом». Пусть σ_i представляет стандартное отклонение измерения i . Если для измерений ввести весовой коэффициент $1/\sigma_i$, то более точные измерения (меньшее значение σ_i) будут обладать большим весом. Таким образом, задача ОС формулируется как задача поиска минимума взвешенных наименьших квадратов [47]:

$$\min \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - f_i(x))^2}{\sigma_i} = \frac{1}{2} [z - f(x)]^t W^{-1} [z - f(x)], \quad (4.3)$$

где

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} 1/\sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sigma_m^2 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Постановки задачи ОС (4.1)–(4.3) являются классическими и широко освещены в литературных источниках [36–39, 42–44]. Некоторые возможные варианты и перспективы развития задачи ОС представлены в работах [88–90].

По сути (4.1)–(4.3) являются лишь способами формирования ЦФ, для поиска минимума которой можно использовать различные оптимизационные подходы. Наибольшее распространение для оценивания состояния получил метод взвешенных наименьших квадратов. Наряду с несомненными достоинствами МВНК присущ ряд недостатков. Основными являются эффект «размазывания» ошибки между всеми измерениями, а также сложность учета ограничений на допустимые изменения параметров. Достаточно часто при проведении оценивания в узлах сети возникают фиктивные генерации активной и реактивной мощности.

Система уравнений (4.3) обычно решается методом Ньютона. Производные (4.3) по переменным x приравниваются к нулю, находятся невязки системы r , система линеаризуется, составляется матрица Якоби J и полученная переопределенная система уравнений решается как нормальная:

$$(J^t J) \Delta x = J^t r, \quad (4.5)$$

где $(J^t J)$ – нормальная матрица. Как правило, эта матрица плохо обусловлена и имеет квадратичную степень заполнения по отношению к исходной матрице Якоби, другими словами заполненность нормальной матрицы еще меньше чем матрицы Якоби. Методы работы со слабозаполненными матрицами представлены в [34,48]. Часто вместо решения нормальной системы используется ортогональное разложение матрицы Якоби

$$J = QR, \quad (4.6)$$

где Q – прямоугольная ортогональная матрица; R – верхняя треугольная матрица.

Последующее решение системы

$$R\Delta x = Q^t r. \quad (4.7)$$

Для ортогонального разложения слабо заполненной матрицы, как правило, используются быстрые вращения Гивенса [35,39]. Существуют различные технологии минимизации заполнения матрицы J в ходе ортогонального разложения (4.6). Решение уравнений (4.6), (4.7), как правило, с точки зрения обусловленности матрицы более предпочтительно.

Еще одной проблемой при использовании МВНК является учет узлов с нулевой нагрузкой. Разработано два способа учета таких узлов: первый использует задание для них больших весовых коэффициентов в (4.3), что приводит к ухудшению обусловленности задачи, второй использует предварительное исключение этих узлов методом Гаусса из матрицы Якоби до решения переопределенной системы. Недостатком второго способа является повышенное заполнение матрицы Якоби.

МНМ (4.2) получил меньшее распространение для решения задачи оценивания состояния, хотя в нем нет эффекта «размазывания» и легко учитываются ограничения. Сложности в нем связаны с необходимостью линеаризации задачи и последовательного выполнения линейных преобразований.

Требование точного выдерживания ограничений в виде равенств, продиктованное наличием транзитных узлов, можно эффективно выполнить, применяя метод множителей Лагранжа [46]. Уравнения баланса узлов учитываются как ограничения в виде равенства, а связанные с ними инъекции узлов входят в вектор свободных переменных. Таким образом, метод гармонично вписывается в

классическую постановку задачи ОС. Далее в общем виде приводится применение метода Лагранжа для ОС.

Рассмотрим сеть, изображённую на рисунке 4.1, где крестиками обозначены места измерений, и получим решение задачи ОС методом Лагранжа в общем виде.

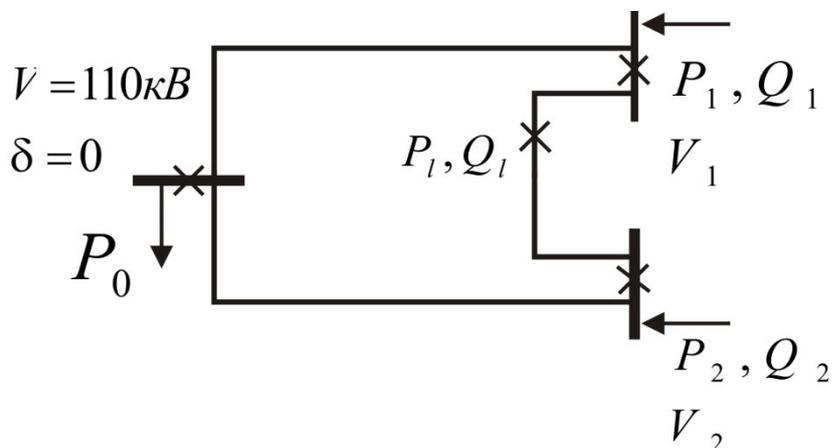


Рисунок 4.1 - схема сети с местами измерений

Пусть измеренные величины составляют вектор $Z_{\text{изм}} = \{P_1, P_2, Q_1, Q_2, P\ell_{12}, Q\ell_{12}, V_1, V_2\}$, минимизируемой функцией будет функция вида (4.1), дополненная ограничениями в виде равенств, которые связывают вектор свободных переменных с уравнениями баланса мощности:

$$\begin{aligned}
 \varphi_k^p &= \Delta P_k(P_k, V, \delta) = P_k - V_k^2 G_{kk} - V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}) = 0 \\
 \varphi_k^q &= \Delta Q_k(Q_k, V, \delta) = Q_k + V_k^2 B_{kk} + V_k \sum_{m \in k} V_m (B_{km} \cos \delta_{km} - G_{km} \sin \delta_{km}) = 0 \\
 \varphi_k^{p\ell} &= \Delta PL_{km}(PL, V, \delta) = PL_{km} - (V_k^2 G_{km} - V_k V_m (G_{km} \cos \delta_{km} - B_{km} \sin \delta_{km})) = 0 \\
 \varphi_k^{q\ell} &= \Delta QL_{km}(QL, V, \delta) = QL_{km} - (-V_k^2 G_{km} - V_k V_m (G_{km} \sin \delta_{km} - B_{km} \cos \delta_{km})) = 0
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Функция Лагранжа и её частные производные:

$$L = \min F + \sum_{i=1}^m \lambda_i \varphi_i;$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = -x_{i\text{изм}} + x_i + \lambda_i;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \delta_i} = \sum_{k=1}^n \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial \delta_i} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Delta P_k}{\partial \delta_i} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial \delta_i} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Delta P L_{km}}{\partial \delta_i} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Delta Q L_{km}}{\partial \delta_i}; \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial V_i} = \sum_{k=1}^n \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial V_i} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Delta P_k}{\partial V_i} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial V_i} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Delta P L_{km}}{\partial V_i} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Delta Q L_{km}}{\partial V_i};$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = \varphi_i.$$

Производные в узлах по напряжению и углу приведены в (2.54), соответственно для линий значения производных вычисляются по формулам

$$\frac{\partial P L_{km}}{\partial \delta} = V_k V_m (-G_{km} \sin \delta_{km} + B_{km} \cos \delta_{km});$$

$$\frac{\partial P Q_{km}}{\partial \delta} = V_k V_m (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km});$$

$$\frac{\partial P L_{km}}{\partial V_i} = \begin{cases} 2V_k G_{km} - V_m (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}), & i = k; \\ -V_k (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}), & i = m; \end{cases}$$

$$\frac{\partial Q L_{km}}{\partial V_i} = \begin{cases} -2V_k B_{km} - V_m (G_{km} \sin \delta_{km} - B_{km} \cos \delta_{km}), & i = k; \\ -V_k (G_{km} \sin \delta_{km} - B_{km} \cos \delta_{km}), & i = m. \end{cases} \quad (4.10)$$

Матрица вторых производных для вектора переменных $\{P_1, P_2, Q_1, Q_2, P\ell_{12}, Q\ell_{12}, V_1, V_2, \delta_1, \delta_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6\}$, сформируется по модели, представленной в таблице (4.1).

Таблица 4.1 - Модель матрицы вторых производных

16×16	$P_1, P_2, Q_1, Q_2,$ $P\ell_{1H}, Q\ell_{1H}$	$\delta_1, \delta_2,$ V_1, V_2	$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$
$P_1, P_2, Q_1, Q_2, P\ell_{1H}, Q\ell_{1H}$	$E(W^{-1})$	0	E
$\delta_1, \delta_2, V_1, V_2$	0	H	$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^t$
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$	E	$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)$	0

где $E(W^{-1})$ – единичная матрица (в случае МВНК – диагональная матрица весов);
 H – матрица вторых производных с элементами

$$h_{ij} = \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_i \partial x_j};$$

$(\partial\varphi/\partial x)$ – матрица частных производных ограничений-равенств. Матрица $(\partial\varphi/\partial x)$ содержит в себе матрицу Якоби, используемую при расчете УР и дополненную уравнениями производных измеренных перетоков линий по углу и напряжению. Таким образом, при отсутствии измерений по линиям матрица в точности будет соответствовать матрице Якоби, формируемой при расчете УР. Этот факт позволяет использовать хорошо проверенные и зарекомендовавшие себя методики расчетов УР для формирования матрицы вторых частных производных функции Лагранжа. В приведенном подходе реализован классический МНК. В таблице 4.2 приведены результаты оценивания, полученные при использовании описанного метода для различных уровней ошибок измерений. В качестве недостоверного ТИ используется измерение напряжения во втором узле, в который намеренно вводится ошибка измерения.

Таблица 4.2 - Результаты ОС

Параметр	УР	Измерение	Оценка		
			$V_2 = 150, \text{ кВ}$	$V_2 = 500, \text{ кВ}$	$V_2 = 1000, \text{ кВ}$
$P_1, \text{ МВт}$	200	200	199.3	191.6	182.97
$P_2, \text{ МВт}$	-250	-250	-250.4	-255.5	-262.7
$Q_1, \text{ Мвар}$	200	200	198.5	182.7	164.1
$Q_2, \text{ Мвар}$	-250	-250	-251.9	-274.5	-304.3
$\delta_1, \text{ град}$	-4.71	–	-4.6	-4.26	-3.89
$\delta_2, \text{ град}$	4.41	–	4.4	4.2	3.96
$V_1, \text{ кВ}$	87.5	87.5	87.9	92.0	96.32
$V_2, \text{ кВ}$	122.06	122.06	122.3	124.9	127.94
$PL_{12}, \text{ МВт}$	-113.8	-113.8	-113.8	-113.8	-114.0
$QL_{12}, \text{ Мвар}$	-99.6	-99.6	-99.6	-100.2	-101.3

Как видно из решения, ошибка равномерно распределяется на все параметры электрического режима, существенно отклоняя УР от исходного. Эта проблема является главной для классических методов наименьших квадратов, принятых в качестве основных при решении задачи ОС.

4.2 Оценивание состояния на базе адаптированного алгоритма МВТ

Применение МВТ для задачи ОС представлено в работах [40,118,120] в качестве исходных данных для задачи ОС используется следующая информация, которая включает:

1. Для узлов:

- модуль напряжения;
- угол напряжения.

При наличии в узле нагрузки:

- активную мощность нагрузки;
- реактивную мощность нагрузки;
- тангенс угла нагрузки.

При наличии в узле генерации:

- активную мощность генерации;
- реактивную мощность генерации.

2. Для ветвей:

- активную мощность в начале линии;
- активную мощность в конце линии;
- реактивную мощность в начале линии;
- реактивную мощность в конце линии;
- модуль тока в начале линии;
- модуль тока в конце линии;
- разность угла напряжения по линии.

Дополнительно для трансформаторов включены измерения:

- вещественной составляющей коэффициента трансформации;
- мнимой составляющей коэффициента трансформации.

3. Для генераторов:

- активную мощность генерации.
- реактивную мощность генерации

4. Для сечений:

- активную мощность по сечению.

5. Для нагрузочных групп:

- активную мощность.

Используется следующая целевая функция:

$$\min F = \sum_i \left(\alpha_i \gamma_p^2 (P_i^{\text{изм}} - P_i(V, \delta))^2 + \beta_i \gamma_p |P_i^{\text{изм}} - P_i(V, \delta)| \right), \quad (4.11)$$

где α_i – цена (весовой коэффициент) квадрата отклонения расчетного значения параметра от измеренного; γ_p – цена (весовой коэффициент) типа измеренного параметра, которая необходима для сопоставления различных типов параметров (например, мощности и напряжения); $P_i^{\text{изм}}$ – измеренное значение параметра; $P_i(V, \delta)$ – расчетное значение параметра (функция от модуля и угла напряжения в узлах); β_i – цена (весовой коэффициент) модуля отклонения расчетного значения параметра от измеренного.

Целевая функция – сепарабельная, т. е. каждое измерение входит только в одну составляющую суммы (4.11) и для решения используются только производные функции (4.11), поэтому обычно график зависимости измеряемого параметра от цены строят для производной функции. В ходе расчета для каждого измеряемого параметра рассчитывается соответствующий множитель Лагранжа (λ), показывающий действительную цену данного параметра в целевой функции.

Используются следующие модели измеряемых параметров:

1. Пустое измерение ($\alpha_i = 0, \beta_i = 0$). Такое псевдоизмерение используется для того, чтобы показать, что значение данного параметра неизвестно и находится в заданных пределах. График зависимости «цена–значение» для измерения мощности показан на рисунке 4.2, а. В ходе расчета может появиться одно из трех решений: 1) $\lambda = 0$ и $P_{\min} < P < P_{\max}$; 2) $\lambda > 0$ и $P = P_{\max}$; 3) $\lambda < 0$ и $P = P_{\min}$. В большинстве случаев пустые измерения автоматически создаются программой (хотя их можно задавать вручную) по определенным правилам, которые будут описаны далее.
2. Квадратичная модель ($\alpha_i \neq 0, \beta_i = 0$). Эта наиболее часто используемая модель показана на рисунке 4.2, б. Ее недостатком является эффект «размазывания», т. е. решение в большинстве случаев не совпадает с измерением, что не всегда приемлемо (например, если среди измерений имеется только одно измерение со значительной ошибкой, то эта ошибка

распределится на все остальные). Для этой модели также должны задаваться пределы.

3. Линейная модель ($\alpha_i = 0, \beta_i \neq 0$) показана на рисунке 4.2, в. В ходе расчета алгоритм выдерживает точное значение измеряемого параметра, пока множитель Лагранжа по модулю меньше линейной цены $|\lambda| < \beta_i$. Если это условие в ходе расчета не выполняется, алгоритм «отпускает» рассчитываемый параметр и величина его отклонения от измеренного значения не влияет на целевую функцию до тех пор, пока параметр не выйдет на предельное значение. В ходе расчета могут появиться следующие решения: 1) $|\lambda| < \beta_i$ и $P = P^{\text{изм}}$; 2) $\lambda = \beta_i$ и $P^{\text{изм}} < P < P_{\text{max}}$; 3) $\lambda = -\beta_i$ и $P_{\text{min}} < P < P^{\text{изм}}$; 4) $\lambda > \beta_i$ и $P = P_{\text{max}}$; 5) $\lambda < -\beta_i$ и $P = P_{\text{min}}$.
4. Комбинированная модель ($\alpha_i \neq 0, \beta_i \neq 0$) показана на рисунке 4.2, г. Такую модель можно назвать квадратичной моделью с «мертвой зоной». Задание «мертвой зоны» с помощью параметров линейной модели позволяет частично избежать размазывания параметров, сохранив преимущество квадратичной модели – притяжение к измеряемому значению (т. е. цена увеличивается при увеличении отклонения).

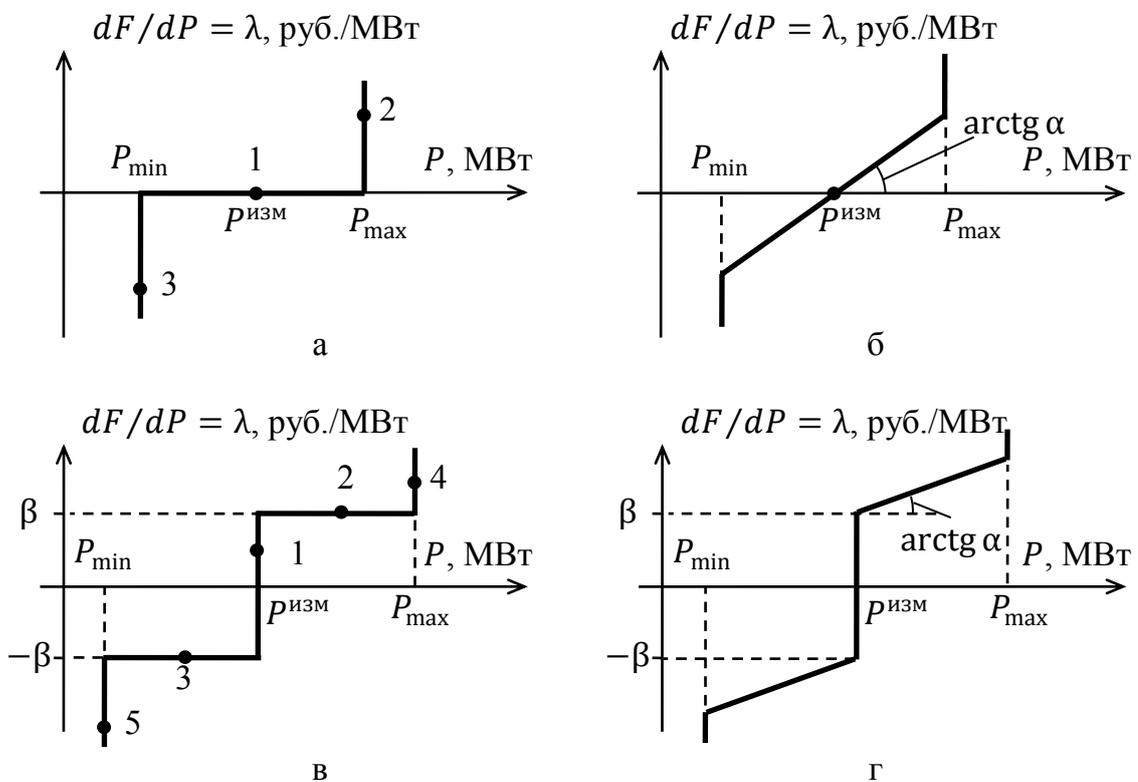


Рисунок 4.2 - Виды моделей измерений

Все используемые модели измерений требуют задания пределов изменения параметра. При достижении верхнего или нижнего предела соответствующий множитель Лагранжа начинает увеличиваться или уменьшаться, пока не будет получено решение. В некоторых ситуациях решения нет: $\lambda \rightarrow \infty$ при $P = P_{\max}$ или $\lambda \rightarrow -\infty$ при $P = P_{\min}$. В этом случае необходимо либо прекратить дальнейший расчет, зафиксировав аварийное окончание, либо отбросить данное измерение как ошибочное. Мягкие ограничения выступают в качестве так называемых дополнительных пределов, «проницаемых» при определенных условиях.

Рассмотрим задание дополнительных пределов на примере пустого измерения (хотя их можно применить и к любой модели измерения). В первом варианте (Рисунок 4.3, а) дополнительные пределы используют квадратичную модель, и в силу ее свойств они могут быть слегка нарушенными. Во втором варианте (Рисунок 4.3, б) для дополнительных пределов используется линейная модель, и алгоритм будет выдерживать их до тех пор, пока множитель Лагранжа по данному ограничению не превысит заданную цену. Во втором варианте можно задать достаточно высокую цену ограничения, превышающую цены измерений. В этом случае решение с нарушенными пределами будет получено только при отсутствии обычного решения.

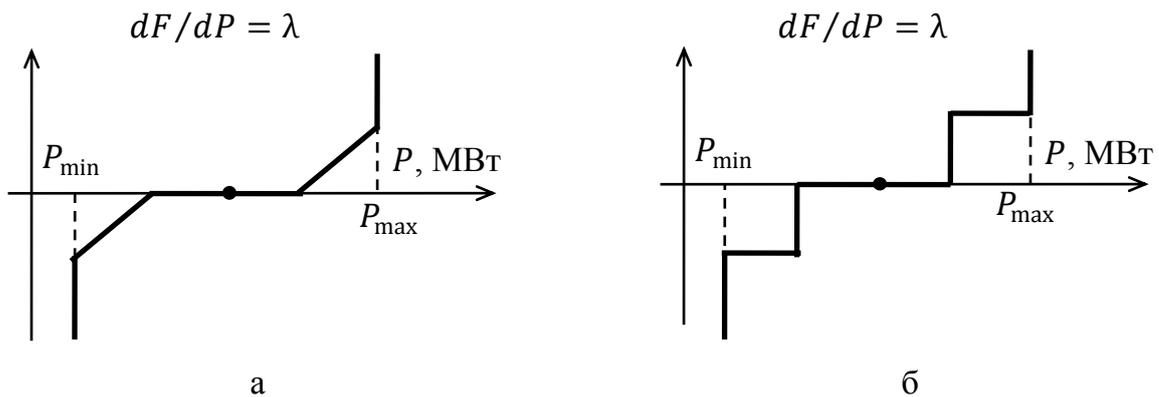


Рисунок 4.3 - Моделирование пустого измерения

Рассмотрим правила задания конкретных измерений.

1. Узлы.

Отсутствует явно выделенный балансирующий узел. Если в балансирующем узле явно не задано измерение мощности, программа автоматически создаст там

пустое измерение генерации с достаточно широкими пределами (например, от 0,5 до $2U_{ном}$). Хотя такое пустое измерение не влияет на конечный результат, оно носит стабилизационный характер, т. е. улучшает сходимость вычислительного процесса.

В каждом узле задается признак наличия нагрузки (L_exist). Если нагрузка существует (т. е. признак установлен), должны быть заданы измерения активной и реактивной нагрузки. Если реальных измерений активной и (или) реактивной мощности в узле нет, программа автоматически создает недостающие пустые измерения. В качестве пределов изменения нагрузки в этом случае используются пределы, заданные в таблице «Узлы» установившегося режима, а при их отсутствии программа создает физически допустимые пределы изменения нагрузки, исходя из пропускной способности подходящих линий. При отсутствии реального измерения реактивной нагрузки целесообразно использовать дополнительное псевдоизмерение – тангенс угла нагрузки, которое может быть создано автоматически или вручную. Псевдоизмерение тангенса позволяет сохранить реалистичное соотношение активной и реактивной нагрузки узла даже при значительных отклонениях от измеренных значений.

В каждом узле задается признак наличия генерации (G_exist). Если этот признак установлен, должны быть заданы измерения активной и реактивной генерации. Если реальных измерений генерации нет, программа автоматически создает недостающие пустые измерения, используя для пределов данные о номинальной мощности. Для активной мощности и модуля напряжения в генераторном узле рекомендуется использовать линейную модель представления измерений, т. к. эти измерения известны и достаточно точны.

2. Ветви

По каждой ветви можно задать произвольное число измерений следующих типов: P , Q , I в начале и конце ветви. Аналогично модулю напряжения в узле для ветви программа автоматически создает стабилизационное измерение угла напряжения. Измерения вещественной и мнимой составляющей коэффициента трансформации рекомендуется задавать также по линейной модели.

оптимизационной задачи в самом простейшем случае, когда существует единственное решение и количество неизвестных равно количеству уравнений. В качестве исходных данных телеметрии задаются нагрузки и генерации узлов из данных УР, сведенные в таблицу 4.3.

Таблица 4.3 - Исходные данные телеметрии

№	Название	Знач	Оцен	Изм-Оцн	Изм-УР	(Изм-УР)2	Привязка	Ид. 1	Ид. 2	Ид. 3	Тип ТИ	Price1	Price2
1	Ген1 Рген	444	444	0			Рген	499			Квадр.	100	100
2	Ген2 Рген	600	600	0	0	0	Рген	248			Квадр.	100	100
3	Ген3 Рген	200	200	0	0	0	Рген	429			Квадр.	100	100
4	Ген1 Qген		0,001	-0,001			Qген	499			Квадр.	100	100
5	Ген2 Qген	150	150,001	-0,001	0	0	Qген	248			Квадр.	100	100
6	Ген3 Qген	150	150	0	0	0	Qген	429			Квадр.	100	100
7	Наг5 Рнаг	255	255	0	0	0	Рнаг	10			Квадр.	80	80
8	Наг9 Рнаг	630	630	0	0	0	Рнаг	198			Квадр.	80	80
9	Наг1 Рнаг	190	190	0	0	0	Рнаг	409			Квадр.	80	80
10	Наг2 Рнаг	480	480	0	0	0	Рнаг	73			Квадр.	80	80
11	Наг4 Рнаг	220	220	0	0	0	Рнаг	63			Квадр.	80	80
12	Наг6 Рнаг	180	180	0	0	0	Рнаг	255			Квадр.	80	80
13	Ген2 Рнаг	10	10	0	0	0	Рнаг	248			Квадр.	80	80
14	Ген3 Рнаг	509	509	0	0	0	Рнаг	429			Квадр.	80	80
15	Наг3 Рнаг	200	200	0	0	0	Рнаг	58			Квадр.	80	80
16	Наг7 Рнаг	10	10	0	0	0	Рнаг	60			Квадр.	80	80
17	Наг8 Рнаг	700	700	0	0	0	Рнаг	114			Квадр.	80	80
18	Наг5 Qнаг	-148	-148	0	0	0	Qнаг	10			Квадр.	60	60
19	Наг9 Qнаг	470	470	0	0	0	Qнаг	198			Квадр.	60	60
20	Наг1 Qнаг	80	80	0	0	0	Qнаг	409			Квадр.	60	60
21	Наг2 Qнаг	600	600	0	0	0	Qнаг	73			Квадр.	60	60
22	Наг4 Qнаг	150	150	0	0	0	Qнаг	63			Квадр.	60	60
23	Наг6 Qнаг	170	169,999	0,001	0	0	Qнаг	255			Квадр.	60	60
24	Ген2 Qнаг	268	267,999	0,001	0	0	Qнаг	248			Квадр.	60	60
25	Ген3 Qнаг	250	249,999	0,001	0	0	Qнаг	429			Квадр.	60	60
26	Наг3 Qнаг	126	126	0	0	0	Qнаг	58			Квадр.	60	60
27	Наг7 Qнаг	23	23	0	0	0	Qнаг	60			Квадр.	60	60
28	Наг8 Qнаг	-168	-168	0	0	0	Qнаг	114			Квадр.	60	60

Комментарии к столбцам таблицы 4.3:

№ – Номер измерения;

Название – Название измерения;

Знач – Значение измерения;

Оцен – Оцененное значение измерения;

Изм-Оцен – Разность измеренного и оцененного значений;

Изм-УР – Разность измерения и значения в УР;

(Изм-УР)² – Квадрат разности измерения и значения;

Привязка – Тип измерения;

Ид1,Ид2,Ид3 – Значения ключевых полей для привязки измерения (номер узла для таблицы узлов, номер узла начала-номер узла конца, номер параллельности для таблицы ветвей и т. п.);

Тип ТИ – Тип используемой модели измерения (квадратичная, линейная, комбинированная);

Price1 – Цена отклонения от измеренного значения для линейной модели;

Price2 – Цена отклонения от измеренного значения для квадратичной модели.

В таблицу 4.3 сведены и результаты расчета ОС. Нулевые значения разности между измеренными и оцененными значениями показывают верную работу оптимизационного алгоритма ОС при решении задачи УР.

4.2.1 Ошибочное измерение в квадратичной модели ОС

Для моделирования ошибочного измерения необходимо создать переопределенную систему уравнений. Для этого в систему дополнительно вводятся измерения перетоков мощности в начале и конце линии 499–409 «Ген1 – Наг1». В измерение активной мощности линии введена ошибка $dP = 100$ МВт: при установившемся значении 257 МВт измерение равно 157 МВт. Данные по измерениям и результатам ОС сведены в таблицу 4.4. Для удобства столбцы с информацией о привязках телеметрии убраны, восстановить эту информацию возможно по названиям измерений. Дополнительно введены столбцы ограничений измерений и расчетного множителя Лагранжа.

Таблица 4.4 - ОС по квадратичной модели с ошибочным ТИ.

№	Название	Знач	Оцен	Изм-Оцен	Тип ТИ	Price1	Price2	TI_min	TI_max	Лагр.
1	Ген1 Pген	444	438,773	5,227	Квадр.	100	100		800	1,1E-06
2	Ген2 Pген	600	596,987	3,013	Квадр.	100	100		1200	0
3	Ген3 Pген	200	197,524	2,476	Квадр.	100	100		400	-3E-07
4	Ген1 Qген		0,659	-0,659	Квадр.	100	100		100	-0,003
5	Ген2 Qген	150	150,533	-0,533	Квадр.	100	100	-500	800	0
6	Ген3 Qген	150	150,477	-0,477	Квадр.	100	100		300	1E-07
7	Наг5 Pнаг	255	255,677	-0,677	Квадр.	80	80	127	508,2	-8,4E-06

8	Наг9 Рнаг	630	629,951	0,049	Квадр.	80	80	315	1260,1	-3,5E-06
9	Наг1 Рнаг	190	155,996	34,004	Квадр.	80	80	95	380	-2,6E-05
10	Наг2 Рнаг	480	478,524	1,476	Квадр.	80	80	240	960	-4,7E-06
11	Наг4 Рнаг	220	219,827	0,173	Квадр.	80	80	110	440	-1E-05
12	Наг6 Рнаг	180	184,053	-4,053	Квадр.	80	80	90,2	360,8	-1,1E-05
13	Ген2 Рнаг	10	13,766	-3,766	Квадр.	80	80	4,9	19,7	0,000122
14	Ген3 Рнаг	509	512,095	-3,095	Квадр.	80	80	254,5	1017,9	-4,2E-06
15	Наг3 Рнаг	200	198,534	1,466	Квадр.	80	80	100	400	-1,1E-05
16	Наг7 Рнаг	10	9,894	0,106	Квадр.	80	80	5	20,1	-0,00024
17	Наг8 Рнаг	700	699,94	0,06	Квадр.	80	80	350	1400	-3,2E-06
18	Наг5 Qнаг	-148	-148,113	0,113	Квадр.	60	60	-296	-74	1,49E-05
19	Наг9 Qнаг	470	470,014	-0,014	Квадр.	60	60	235	940	-4,7E-06
20	Наг1 Qнаг	80	92,116	-12,116	Квадр.	60	60	40	160	-9,9E-06
21	Наг2 Qнаг	600	600,311	-0,311	Квадр.	60	60	300	1200	-3,7E-06
22	Наг4 Qнаг	150	149,986	0,013	Квадр.	60	60	75	300	-1,5E-05
23	Наг6 Qнаг	170	169,087	0,913	Квадр.	60	60	85	339,9	-1,3E-05
24	Ген2 Qнаг	268	267,112	0,888	Квадр.	60	60	134	535,8	-8,4E-06
25	Ген3 Qнаг	250	249,206	0,794	Квадр.	60	60	125	499,9	-9E-06
26	Наг3 Qнаг	126	126,314	-0,314	Квадр.	60	60	63	252	-1,7E-05
27	Наг7 Qнаг	23	23,034	-0,034	Квадр.	60	60	11,5	46	-9,5E-05
28	Наг8 Qнаг	-168	-167,978	-0,022	Квадр.	60	60	-336	-84	1,31E-05
39	Ген1 - Наг1 Рнач	-157,91	-225,574	67,664	Квадр.	100	100	-517,1	-129,3	-6766,39
58	Ген1 - Наг1 Ркон	257,91	225,574	32,336	Квадр.	100	100	129	500	-3233,61
77	Ген1 - Наг1 Qнач	-125,55	-119,112	-6,438	Квадр.	60	60	-257,6	-64,4	386,2956
96	Ген1 - Наг1 Qкон	117,76	111,188	6,572	Квадр.	60	60	60	240	-394,35

Комментарии к дополнительным столбцам таблицы 4.4:

TI_min – Нижняя граница измерения;

TI_max – Верхняя граница измерения;

Лагр. – Множитель Лагранжа.

ОС проводилось по квадратичной модели и единственная введенная ошибка «размазалась» по всем измерениям. Значения множителя Лагранжа позволяют выявлять некоторые ошибочные измерения. Заметим, что для квадратичной модели множитель Лагранжа равен отклонению оцененного значения от измеренного, умноженному на свой весовой коэффициент Price2, $L_i = (X_i^{oc} - X_i^{изм}) \cdot Price2$. Это

соответствует линейному закону изменения производной ЦФ $\partial F/\partial x_i$, а также линейному изменению цены отклонения от измеренного значения, что и представляется множителем Лагранжа.

4.2.2 Ошибочное измерение в линейной модели ОС

Результаты ОС по линейной модели с наличием одного ошибочного измерения сведены в таблицу 4.5.

Таблица 4.5 - ОС по линейной модели с ошибочным ТИ

Тип	№	Название	Знач	Оцен	Изм-Оцн	Тип ТИ	Price1	Price2	TI_min	TI_max	Ларр.
ТИ	1	Ген1 Рген	444	444	0	Лин.	100	100		800	-0,3954
ТИ	2	Ген2 Рген	600	600	0	Лин.	100	100		1200	-0,1821
ТИ	3	Ген3 Рген	200	200	0	Лин.	100	100		400	-0,1786
ТИ	4	Ген1 Qген		0	0	Лин.	100	100		100	-100,951
ТИ	5	Ген2 Qген	150	150	0	Лин.	100	100	-500	800	-0,5895
ТИ	6	Ген3 Qген	150	150	0	Лин.	100	100		300	-0,5009
ТИ	7	Наг5 Рнаг	255	255	0	Лин.	80	80	127	508,2	0,0437
ТИ	8	Наг9 Рнаг	630	630	0	Лин.	80	80	315	1260,1	-0,0063
ТИ	9	Наг1 Рнаг	190	190	0	Лин.	80	80	95	380	-2,3641
ТИ	10	Наг2 Рнаг	480	480	0	Лин.	80	80	240	960	-0,0864
ТИ	11	Наг4 Рнаг	220	220	0	Лин.	80	80	110	440	-0,0062
ТИ	12	Наг6 Рнаг	180	180	0	Лин.	80	80	90,2	360,8	0,2125
ТИ	13	Ген2 Рнаг	10	10	0	Лин.	80	80	4,9	19,7	0,1821
ТИ	14	Ген3 Рнаг	509	509	0	Лин.	80	80	254,5	1017,9	0,1786
ТИ	15	Наг3 Рнаг	200	200	0	Лин.	80	80	100	400	-0,0875
ТИ	16	Наг7 Рнаг	10	10	0	Лин.	80	80	5	20,1	-0,0084
ТИ	17	Наг8 Рнаг	700	700	0	Лин.	80	80	350	1400	-0,0075
ТИ	18	Наг5 Qнаг	-148	-148	0	Лин.	60	60	-296	-74	0,0912
ТИ	19	Наг9 Qнаг	470	470	0	Лин.	60	60	235	940	-0,0068
ТИ	20	Наг1 Qнаг	80	80	0	Лин.	60	60	40	160	-4,4991
ТИ	21	Наг2 Qнаг	600	600	0	Лин.	60	60	300	1200	-0,2387
ТИ	22	Наг4 Qнаг	150	150	0	Лин.	60	60	75	300	-0,0277
ТИ	23	Наг6 Qнаг	170	170	0	Лин.	60	60	85	339,9	0,6355
ТИ	24	Ген2 Qнаг	268	268	0	Лин.	60	60	134	535,8	0,5895
ТИ	25	Ген3 Qнаг	250	250	0	Лин.	60	60	125	499,9	0,5009
ТИ	26	Наг3 Qнаг	126	126	0	Лин.	60	60	63	252	-0,2133
ТИ	27	Наг7 Qнаг	23	23	0	Лин.	60	60	11,5	46	-0,0112
ТИ	28	Наг8 Qнаг	-168	-168	0	Лин.	60	60	-336	-84	-0,0076
ТИ	39	Ген1 - Наг1 Рнач	- 157,91	- 257,907	- 99,997	Лин.	100	100	-517,1	-129,3	-100
ТИ	58	Ген1 - Наг1 Ркон	257,91	257,907	0,003	Лин.	100	100	129	500	-99,9994
ТИ	77	Ген1 - Наг1 Qнач	- 125,55	-125,55	0	Лин.	60	60	-257,6	-64,4	-59,9826
ТИ	96	Ген1 - Наг1 Qкон	117,76	117,76	0	Лин.	60	60	60	240	-55,4327

При ОС по линейной модели множитель Лагранжа остается постоянным по модулю при любом отклонении переменной от измеренного значения. Этим объясняется способность выявления единственного ошибочного ТИ. Учитывая, что все остальные ТИ в точности соответствуют УР, а цена за отклонение от измеренного значения не растет, алгоритму оптимизации становится выгодным изменять это единственное ошибочное ТИ до получения УР, нежели отклоняться от остальных измерений, получая штраф в ЦФ, для формирования оптимального с точки зрения минимизации ЦФ УР, как это было при квадратичном сценарии. Однако такой подход не является универсальным. Рассмотрим простой пример, изображенный на рисунке 4.5.



Рисунок 4.5 - Пример ошибки ОС по линейной модели

В этом примере в некоторой линии заданы измерения активной мощности начала и конца с разными ценами, при ОС по линейной модели оцененное значение перетока будет соответствовать более дорогому измерению.

В общем случае, минимизируя взвешенные (с учетом весов) модули отклонений, с точки зрения оптимизации для получения минимума ЦФ может оказаться выгодным отклонить некоторые переменные достаточно далеко от своих измеренных значений. Полученный в итоге УР будет основан на нескольких «дорогих» измерениях, фактически не учитывая остальные, что не будет соответствовать исходным данным телеметрии. Другой проблемой может стать отсутствие учета некоторых дублирующих измерений, в таких случаях алгоритм будет ориентироваться в основном на цены и будет подгонять «дешевое» измерение под более «дорогое», а не искать некое компромиссное решение, которое фактически и является целью решения задачи ОС. Вследствие этих недостатков при ОС по линейной модели предъявляются повышенные требования к назначению цен отклонений от измеренных значений. Если в квадратичной модели влияние цены отклонения нивелируется по мере увеличения этого

отклонения и все измерения фактически оказывают влияние на ЦФ, то в линейной модели это не так. Неграмотно выставленные значения цен могут существенно отклонить результирующий УР (или, скорее, УР в определенной части схемы) от данных телеметрии.

4.2.3 Комбинированная модель измерения

Комбинированная модель измерения представляет собой совмещение линейной и квадратичной моделей. Такой подход является компромиссом между двумя моделями и позволяет в определенной степени использовать их преимущества. В тестируемой системе измерение мощности реактивной нагрузки «Наг1 Qнаг» задано по комбинированной модели. Результаты ОС представлены в таблице 4.6.

Таблица 4.6 - Комбинированная модель ТИ

№	Название	Знач	Оцен	Изм-Оцн	Тип ТИ	Price1	Price2	TI_min	TI_max	Лагр.
1	Ген1 Pген	444	438,414	5,586	Квадр.	100	100		800	0
2	Ген2 Pген	600	596,757	3,243	Квадр.	100	100		1200	0
3	Ген3 Pген	200	197,309	2,691	Квадр.	100	100		400	0
4	Ген1 Qген		0,654	-0,654	Квадр.	100	100		100	0
5	Ген2 Qген	150	150,49	-0,49	Квадр.	100	100	-500	800	0
6	Ген3 Qген	150	150,433	-0,433	Квадр.	100	100		300	0
7	Наг5 Pнаг	255	255,724	-0,724	Квадр.	80	80	127	508,2	0
8	Наг9 Pнаг	630	629,948	0,052	Квадр.	80	80	315	1260,1	0
9	Наг1 Pнаг	190	153,775	36,225	Квадр.	80	80	95	380	0
10	Наг2 Pнаг	480	478,39	1,61	Квадр.	80	80	240	960	0
11	Наг4 Pнаг	220	219,808	0,192	Квадр.	80	80	110	440	0
12	Наг6 Pнаг	180	184,357	-4,357	Квадр.	80	80	90,2	360,8	0
13	Ген2 Pнаг	10	14,054	-4,054	Квадр.	80	80	4,9	19,7	0
14	Ген3 Pнаг	509	512,363	-3,363	Квадр.	80	80	254,5	1017,9	0
15	Наг3 Pнаг	200	198,401	1,599	Квадр.	80	80	100	400	0
16	Наг7 Pнаг	10	9,889	0,111	Квадр.	80	80	5	20,1	0
17	Наг8 Pнаг	700	699,936	0,064	Квадр.	80	80	350	1400	0
18	Наг5 Qнаг	-148	-148,109	0,109	Квадр.	60	60	-296	-74	0
19	Наг9 Qнаг	470	470,016	-0,016	Квадр.	60	60	235	940	0
20	Наг1 Qнаг	80	80	0	Комб.	720	60	40	160	718,383
21	Наг2 Qнаг	600	600,255	-0,255	Квадр.	60	60	300	1200	0
22	Наг4 Qнаг	150	149,981	0,018	Квадр.	60	60	75	300	0
23	Наг6 Qнаг	170	169,154	0,846	Квадр.	60	60	85	339,9	0
24	Ген2 Qнаг	268	267,184	0,816	Квадр.	60	60	134	535,8	0
25	Ген3 Qнаг	250	249,279	0,721	Квадр.	60	60	125	499,9	0
26	Наг3 Qнаг	126	126,286	-0,286	Квадр.	60	60	63	252	0

27	Har7 Qнаг	23	23,037	-0,037	Квадр.	60	60	11,5	46	0
28	Har8 Qнаг	-168	-167,977	-0,023	Квадр.	60	60	-336	-84	0
39	Ген1 - Har1 Pнач	- 157,91	-226,717	68,807	Квадр.	120	100	-517,1	-129,3	6880,66
58	Ген1 - Har1 Pкон	- 257,91	226,717	31,193	Квадр.	100	100	129	500	3119,34
77	Ген1 - Har1 Qнач	- 125,55	-121,09	-4,46	Квадр.	100	100	-257,6	-64,4	445,967
96	Ген1 - Har1 Qкон	- 117,76	114,501	3,259	Квадр.	60	100	60	240	325,895

Главной целью применения комбинированной модели является удержание значения переменной равным измеренному значению. Осуществляется это за счет большого, резко возрастающего линейного штрафа за любое незначительное отклонение в сравнении с квадратичной моделью. При больших отклонениях штраф формируется в основном уже по квадратичной модели, удерживая переменную от существенных отклонений от измеренного значения. Таким образом, комбинированная модель нивелирует недостатки линейной и квадратичной моделей. К ее недостаткам можно отнести необходимость задания двух цен для одного измерения и сложность определения их соотношений. В практике нужные соотношения цен могут быть определены только экспертным путем.

В общем случае применять комбинированную модель имеет смысл совместно с квадратичной моделью, при этом для внесения ощутимого эффекта линейные цены должны на порядок превышать цены квадратичной модели.

4.2.4 Модель измерения с зоной нечувствительности

Зона нечувствительности в модели измерения позволяет задать диапазон изменения параметра, не приводящий к росту ЦФ. Нечувствительная зона определяется мягкими ограничениями на переменную, которые могут быть нарушены в процессе расчета, их нарушение приводит к росту ЦФ в соответствии с моделью и ценами мягких ограничений. Моделируются мягкие ограничения аналогично основным, для задания используются аналогичные столбцы исходных данных с префиксом «*soft*»:

Price_soft1 – Цена нарушения мягких ограничений для линейной модели;

Price_soft2 – Цена нарушения мягких ограничений для квадратичной модели;

TI_smin – Нижняя граница мягких ограничений;

TI_smax – Верхняя граница мягких ограничений.

В тестируемой системе измерению мощности активной нагрузки «Наг1 Рнаг» соответствует модель с зоной нечувствительности. Результаты ОС представлены в таблице 4.7.

Таблица 4.7 - Модель ТИ с зоной нечувствительности

№	Название	Знач	Оцен	Изм-Оцн	Тип ТИ	Тип_мягк. ТИ	Price_soft1	Price_soft2	TI_s max	TI_s min	Лагр.
1	Ген1 Рген	444	439,275	4,725	Квадр.	Нет					0
2	Ген2 Рген	600	597,255	2,745	Квадр.	Нет					0
3	Ген3 Рген	200	197,722	2,278	Квадр.	Нет					0
4	Ген1 Qген		0,555	-0,555	Квадр.	Нет					-0,001
5	Ген2 Qген	150	150,415	-0,415	Квадр.	Нет					0
6	Ген3 Qген	150	150,367	-0,367	Квадр.	Нет					0
7	Наг5 Рнаг	255	255,612	-0,612	Квадр.	Нет					0
8	Наг9 Рнаг	630	629,956	0,044	Квадр.	Нет					0
9	Наг1 Рнаг	190	149,362	40,638	Нет	Квадр.	80	80	180	200	0
10	Наг2 Рнаг	480	478,638	1,362	Квадр.	Нет					0
11	Наг4 Рнаг	220	219,838	0,162	Квадр.	Нет					0
12	Наг6 Рнаг	180	183,687	-3,687	Квадр.	Нет					0
13	Ген2 Рнаг	10	13,431	-3,431	Квадр.	Нет					0
14	Ген3 Рнаг	509	511,847	-2,847	Квадр.	Нет					0
15	Наг3 Рнаг	200	198,647	1,353	Квадр.	Нет					0
16	Наг7 Рнаг	10	9,906	0,094	Квадр.	Нет					0
17	Наг8 Рнаг	700	699,946	0,054	Квадр.	Нет					0
18	Наг5 Qнаг	-148	148,093	0,093	Квадр.	Нет					0
19	Наг9 Qнаг	470	470,013	-0,013	Квадр.	Нет					0
20	Наг1 Qнаг	80	80	0	Комбинир.	Нет					606,385
21	Наг2 Qнаг	600	600,216	-0,216	Квадр.	Нет					0
22	Наг4 Qнаг	150	149,984	0,015	Квадр.	Нет					0
23	Наг6 Qнаг	170	169,282	0,718	Квадр.	Нет					0
24	Ген2 Qнаг	268	267,308	0,692	Квадр.	Нет					0
25	Ген3 Qнаг	250	249,388	0,612	Квадр.	Нет					0
26	Наг3 Qнаг	126	126,243	-0,243	Квадр.	Нет					0
27	Наг7 Qнаг	23	23,031	-0,031	Квадр.	Нет					0
28	Наг8 Qнаг	-168	-167,98	-0,02	Квадр.	Нет					0
39	Ген1 - Наг1 Рнач	157,91	223,818	65,908	Квадр.	Нет					-6590,82
58	Ген1 - Наг1 Ркон	257,91	223,818	34,092	Квадр.	Нет					-3409,18
77	Ген1 - Наг1 Qнач	125,55	121,596	-3,954	Квадр.	Нет					395,397
96	Ген1 - Наг1 Qкон	117,76	115,202	2,558	Квадр.	Нет					-255,836

Такие измерения относятся к классу стабилизационных и не требуют наличия значения точного значения. Моделями с зоной нечувствительности имеет

смысл задавать неизмеряемые нагрузки узлов, для которых известны доверительные интервалы, в которых с достаточно высокой вероятностью может находиться значение нагрузки. По своей сути такие измерения являются аналогом псевдоизмерений, когда измерение не привязано к какой-либо конкретной точке, а размазано по всему доверительному интервалу, при выходе за пределы которого он начинает вносить штраф в общую ЦФ.

Главной особенностью этого примера является применение мягких ограничений, демонстрирующее динамическое изменение вида модели измерения в зависимости от его расчетного значения. С помощью такого приема можно задавать различные виды моделей измерений для разных диапазонов.

4.2.5 Неквадратичная (совмещенная) модель измерения

Неквадратичные модели используются для выявления грубых ошибок измерений [45]. Общий вид модели ЦФ и её производной представлен на рисунке 4.6. Основная идея применения таких моделей заключается в попытке притянуть переменную к измеренному значению в некоторой окрестности измерения за счет использования квадратичной модели роста ЦФ: хорошие по своему качеству измерения не должны сильно отклоняться от измеренных значений, следовательно, для них вполне адекватно применение квадратичной модели. При ошибочном измерении, как показывалось ранее, квадратичная модель размазывает ошибку по всем измерениям. Поскольку большие отклонения приводят к резкому росту ЦФ, и дешевле оказывается подгонка других параметров режима для сведения балансов мощностей, то имеет смысл ограничить рост ЦФ и позволить измерению отклоняться без прироста ЦФ.

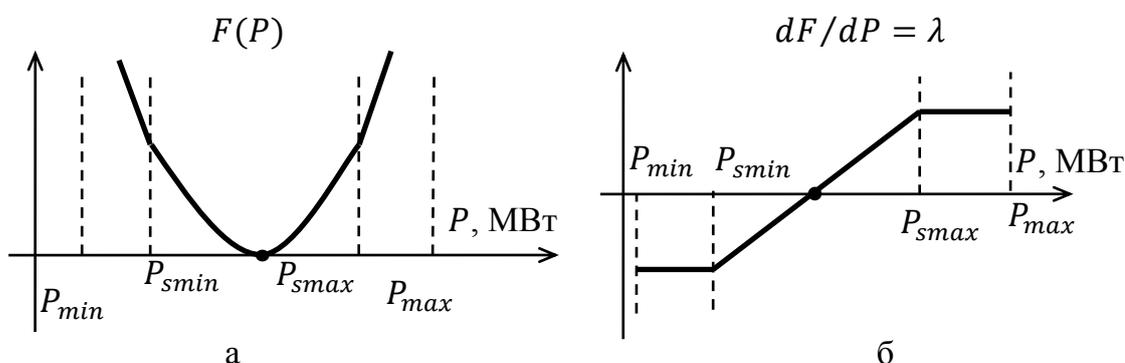


Рисунок 4.6 - Не квадратичная модель измерения: а) модель ЦФ; б) производная

Такой подход позволит выполнить ОС за счет отклонения наиболее «неудобных» значений измерений с точки зрения балансов мощности, которые, вероятно, и содержат ошибки. В тестируемой системе измерение мощности активной нагрузки «Наг1 Рнаг» задано по неквадратичной модели. Результаты ОС представлены в таблице 4.8.

Таблица 4.8 - Неквадратичная модель измерения

№	Название	Знач	Оцен	Изм-Оцн	Тип ТИ	Price2	Тип_мягк. ТИ	TI_s min	TI_s max	Price_soft1
1	Ген1 Рген	444	440,918	3,082	Квадр.	100	Нет			
2	Ген2 Рген	600	598,213	1,787	Квадр.	100	Нет			
3	Ген3 Рген	200	198,521	1,479	Квадр.	100	Нет			
4	Ген1 Qген		0,367	-0,367	Квадр.	100	Нет			
5	Ген2 Qген	150	150,284	-0,284	Квадр.	100	Нет			
6	Ген3 Qген	150	150,253	-0,253	Квадр.	100	Нет			
7	Наг5 Рнаг	255	255,399	-0,399	Квадр.	80	Нет			
8	Наг9 Рнаг	630	629,971	0,029	Квадр.	80	Нет			
9	Наг1 Рнаг	190	142,658	47,342	Квадр.	80	Лин.	170	210	1
10	Наг2 Рнаг	480	479,116	0,884	Квадр.	80	Нет			
11	Наг4 Рнаг	220	219,895	0,105	Квадр.	80	Нет			
12	Наг6 Рнаг	180	182,401	-2,401	Квадр.	80	Нет			
13	Ген2 Рнаг	10	12,233	-2,233	Квадр.	80	Нет			
14	Ген3 Рнаг	509	510,849	-1,849	Квадр.	80	Нет			
15	Наг3 Рнаг	200	199,123	0,877	Квадр.	80	Нет			
16	Наг7 Рнаг	10	9,938	0,062	Квадр.	80	Нет			
17	Наг8 Рнаг	700	699,964	0,036	Квадр.	80	Нет			
18	Наг5 Qнаг	-148	-148,063	0,063	Квадр.	60	Нет			
19	Наг9 Qнаг	470	470,009	-0,009	Квадр.	60	Нет			
20	Наг1 Qнаг	80	86,72	-6,72	Квадр.	60	Нет			
21	Наг2 Qнаг	600	600,155	-0,155	Квадр.	60	Нет			
22	Наг4 Qнаг	150	149,991	0,009	Квадр.	60	Нет			
23	Наг6 Qнаг	170	169,51	0,49	Квадр.	60	Нет			
24	Ген2 Qнаг	268	267,526	0,474	Квадр.	60	Нет			
25	Ген3 Qнаг	250	249,578	0,422	Квадр.	60	Нет			
26	Наг3 Qнаг	126	126,168	-0,168	Квадр.	60	Нет			
27	Наг7 Qнаг	23	23,02	-0,02	Квадр.	60	Нет			
28	Наг8 Qнаг	-168	-167,987	-0,013	Квадр.	60	Нет			
39	Ген1 - Наг1 Рнач	-157,91	-218,307	60,397	Квадр.	100	Нет			
58	Ген1 - Наг1 Ркон	257,91	218,307	39,603	Квадр.	100	Нет			
77	Ген1 - Наг1 Qнач	-125,55	-122,772	-2,778	Квадр.	100	Нет			
96	Ген1 - Наг1 Qкон	117,76	116,222	1,538	Квадр.	100	Нет			

По результатам ОС видно, что измерение «Наг1 Pнаг» отклонилось сильнее по сравнению с чисто квадратичной моделью, а отклонения остальных измерений снизились. С точки зрения ОС можно сказать, что это измерение содержит ошибку.

В общем случае имеющуюся априорную информацию о наиболее вероятном диапазоне значений параметров желательно задавать моделью с зоной неопределенности при отсутствии измеренных значений и с помощью совмещенной модели при их наличии. Для получения наиболее адекватной модели измерения можно менять тип производной и крутизну её характеристики для различных диапазонов.

4.2.6 Моделирование тангенса нагрузки

В повседневной практике ОС нагрузочные узлы редко обладают данными телеметрии, то есть для расчетного алгоритма узлы нагрузки фактически являются балансирующими узлами, поэтому для них необходимо задавать допустимые границы значений нагрузок. В классической постановке задачи ОС небалансы по активной и реактивной мощности мало коррелируют друг с другом. Так для ОС по активной мощности используются измерения: $P_{нач}$, $P_{кон}$, $P_{ген}$, $P_{нагр}$ и иногда углов δ модулей напряжений, для ОС по реактивной мощности – $Q_{нач}$, $Q_{кон}$, $Q_{ген}$, $Q_{нагр}$ и модули напряжений U . Такое разделение зачастую может приводить к ситуациям, когда решение задачи ОС приводит к УР с непропорциональными значениями нагрузок узлов. Например, оценить активную мощность нагрузки как 50 МВт, а реактивную как 450 Мвар, что редко соответствует действительности. Обычно, соотношение активной и реактивной мощности или значение полной мощности нагрузок примерно известно. Такое априорное знание целесообразно использовать для связи активной и реактивной моделей ОС и увеличения достоверности результатов оценки. С другой стороны, задание измерения тангенса узла позволяет задавать ограничения только для активной нагрузки. В тестируемой системе добавлено измерение тангенса нагрузки «Наг1 tg phi», в измерение «Наг1 Qнаг», введена ошибка ТИ. Результаты ОС представлены в таблице 4.9.

Таблица 4.9 - Измерение тангенса узла нагрузки

№	Название	Знач	Оцен	Изм-Оцн	Тип ТИ	Price2	TI_min	TI_max
1	Ген1 Pген	444	444	0	Квадр.	100		800
2	Ген2 Pген	600	600	0	Квадр.	100		1200
3	Ген3 Pген	200	200	0	Квадр.	100		400
4	Ген1 Qген		0,001	-0,001	Квадр.	100		100
5	Ген2 Qген	150	150,001	-0,001	Квадр.	100	-500	800
6	Ген3 Qген	150	150	0	Квадр.	100		300
7	Наг5 Pнаг	255	255	0	Квадр.	80	127	508,2
8	Наг9 Pнаг	630	630	0	Квадр.	80	315	1260,1
9	Наг1 Pнаг	190	190,002	-0,002	Квадр.	80	95	380
10	Наг2 Pнаг	480	480	0	Квадр.	80	240	960
11	Наг4 Pнаг	220	220	0	Квадр.	80	110	440
12	Наг6 Pнаг	180	180	0	Квадр.	80	90,2	360,8
13	Ген2 Pнаг	10	10	0	Квадр.	80	4,9	19,7
14	Ген3 Pнаг	509	509	0	Квадр.	80	254,5	1017,9
15	Наг3 Pнаг	200	200	0	Квадр.	80	100	400
16	Наг7 Pнаг	10	10	0	Квадр.	80	5	20,1
17	Наг8 Pнаг	700	700	0	Квадр.	80	350	1400
18	Наг5 Qнаг	-148	-148	0	Квадр.	60	-296	-74
19	Наг9 Qнаг	470	470	0	Квадр.	60	235	940
20	Наг1 Qнаг	180	80	100	Квадр.	60	40	190
21	Наг2 Qнаг	600	600	0	Квадр.	60	300	1200
22	Наг4 Qнаг	150	150	0	Квадр.	60	75	300
23	Наг6 Qнаг	170	169,999	0,001	Квадр.	60	85	339,9
24	Ген2 Qнаг	268	267,999	0,001	Квадр.	60	134	535,8
25	Ген3 Qнаг	250	249,999	0,001	Квадр.	60	125	499,9
26	Наг3 Qнаг	126	126	0	Квадр.	60	63	252
27	Наг7 Qнаг	23	23	0	Квадр.	60	11,5	46
28	Наг8 Qнаг	-168	-168	0	Квадр.	60	-336	-84
39	Ген1 - Наг1 Pнач	-257,91	257,909	-0,001	Квадр.	100	-517,1	-129,3
58	Ген1 - Наг1 Pкон	257,91	257,909	0,001	Квадр.	100	129	500
96	Ген1 - Наг1 Qкон	117,76	117,76	0	Квадр.	100	60	240
160	Наг 1 tg phi	0,42		0,42	Квадр.	1		2

Сохранение заданных пропорций между активной и реактивной мощностью нагрузок особенно актуально для задачи поиска МДП по сечениям. В общем случае МДП по сечению определяется за счет серии расчетов последовательного утяжеления режима, приводящего к увеличению перетока мощности по сечению.

Таким образом, в процессе утяжеления будет получен предельный по существованию режим, из которого можно определить МДП. При правильном моделировании схемы предел по существованию должен диктоваться невозможностью передачи большей мощности по искомому сечению, однако в реальных условиях зачастую предел наступает намного раньше из-за просадки напряжения в каком-либо узле низкого напряжения, как правило, никак не относящемуся к сечению. Такие ситуации возникают вследствие изначально плохо оцененного, несбалансированного по соотношениям P - и Q -режима.

4.2.7 Моделирование токовых измерений

Использование токовых измерений сопряжено с определенными трудностями при ОС, и при получении УР как результата ОС. Пренебрегая зарядной мощностью линии, значение тока можно вычислить как

$$I_{ij} = [(g_{ij}^2 + b_{ij}^2)(V_i^2 + V_j^2 - 2V_iV_j \cos \delta_{ij})]^{1/2}. \quad (4.12)$$

Отметим здесь исчезновение знака, или направления измерения, что является одним из основных источников проблем, связанных с использованием токовых измерений. Соответствующие производные вычисляются как

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_{ij}}{\partial V_i} &= \frac{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}{I_{ij}} (V_i - V_j \cos \delta_{ij}); \\ \frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_{ij}} &= \frac{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}{I_{ij}} V_i V_j \sin \delta_{ij}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

При запуске ОС с «плоского старта» элементы матрицы Якоби для токовых составляющих равны 0. Это означает их бесполезность для таких случаев. Соответственно возникает необходимость либо исключения этих величин для первой итерации, либо внесения небольших помех для получения ненулевых производных. Эта же проблема возникает и при низкой загрузке линии, когда угол по линии близок к нулевому значению, в таких случаях имеет смысл заменять измерение тока $I_{ij} \approx 0$ на аналогичное по смыслу измерение мощности $P_{ij} \approx 0$.

При отсутствии измерений мощности по линии фазовый угол может быть получен как

$$\cos \delta_{ij} = \frac{V_i^2 + V_j^2 - I_{ij}^2 / (g_{ij}^2 + b_{ij}^2)}{2V_i V_j} . \quad (4.14)$$

Решение уравнения (4.14) – два различных угла, удовлетворяющие измерениям токов и напряжений. Это приводит к двум возможным решениям из-за отсутствия знака при записи уравнений перетоков мощности с использованием токовых составляющих

$$P_{ij} = \frac{1}{2} g_{ij} \left[(V_i^2 - V_j^2) + \frac{I_{ij}^2}{g_{ij}^2 + b_{ij}^2} \right] - b_{ij} V_i V_j \sin \delta_{ij} ;$$

$$Q_{ij} = \frac{1}{2} b_{ij} \left[(V_j^2 - V_i^2) - \frac{I_{ij}^2}{g_{ij}^2 + b_{ij}^2} \right] - g_{ij} V_i V_j \sin \delta_{ij} . \quad (4.15)$$

Рассмотрим пример тестируемой системы, в которой исключены измерения нагрузки узла 1, а вместо них вводятся сочетания измерений по подходящей линии «Ген1–Наг1» из значений тока и мощностей, участок схемы изображен на рисунке 4.7.

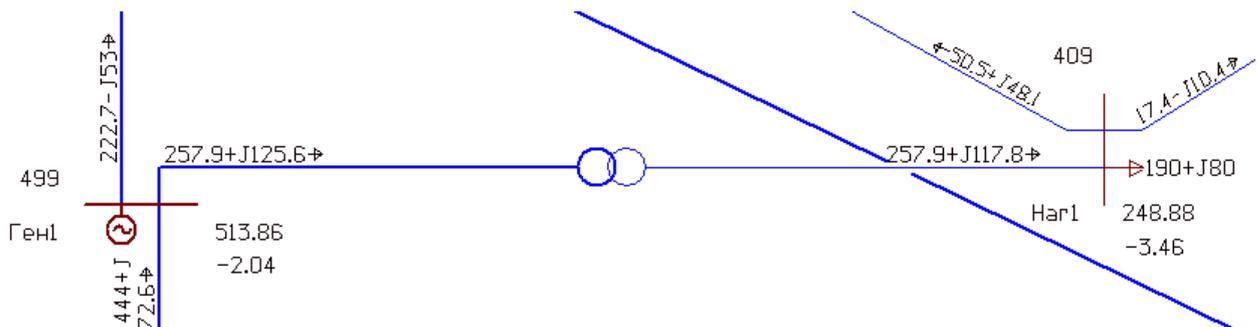


Рисунок 4.7 - Вид исследуемого участка схемы в исходном режиме

Все измерения вводятся без ошибок и соответствуют исходному УР. В каждом варианте ОС результатом является установившийся режим с нулевыми небалансами по узлам. Результаты сведены в таблицу 4.10.

Таблица 4.10 - Влияние токовых измерений в различных сочетаниях

	Исх. режим	Измерения по линии «Ген1 – Наг1»				
	P_H, Q_H	I, P, Q	I, P	I, Q	I	нет
Рнаг1	190	190	190	-474	-105	217
Qнаг1	80	80	80	85	289	473

Для случая с использованием измерений тока и реактивной мощности по линии получено противоположное направление перетока активной мощности

относительно исходного режима. Распределение мощностей приведено на рисунке 4.8.

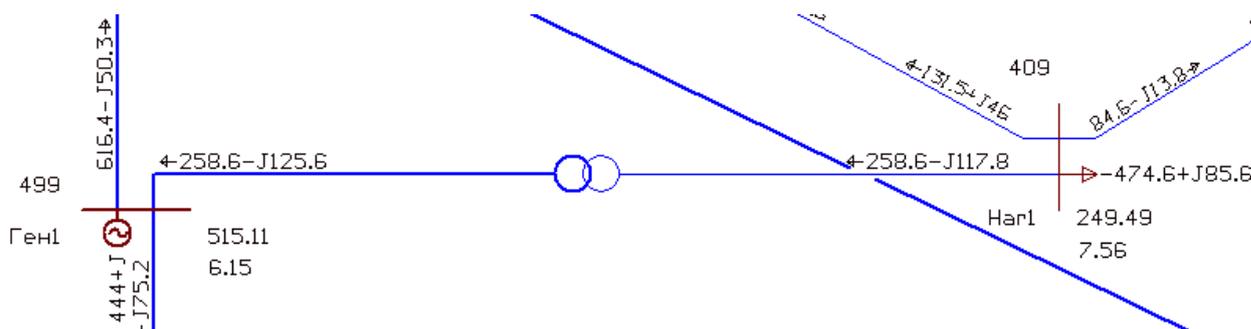


Рисунок 4.8 - Вид исследуемого участка после ОС при использовании измерений Q, I по линии «Ген1 – Наг1»

Таких ситуаций можно избежать, задав допустимые пределы нагрузки узла (в данном примере – нижнюю границу нагрузки), эти пределы фактически заменяют «потерянный» для токовых измерений знак.

Применение токовых измерений создает определенные особенности их использования, которые не стоит игнорировать, так как в определенных случаях учет измерения тока может даже ухудшить результаты ОС в отличие от ситуации, когда такие измерения не используются.

4.3 Идентификация грубых ошибок ТИ и ТС при подготовке больших схем для ОС

При подготовке больших, начиная примерно от 700 узлов, реальных схем для проведения ОС достаточно часто возникают ошибки на этапе обвязки схемы телеметрией. Такие ошибки вносят существенные искажения в результаты ОС в сравнении с реальным состоянием энергосистемы. Для поиска и исправления наиболее грубых ошибок предлагается использовать механизм фильтрации, основанный на проверке соответствия друг другу взаимосвязанных ТИ (телеизмерений) и ТС (телесигналов) в одном временном срезе и анализе статистических данных для всех измерений на временном интервале. Для удобства далее такие фильтры будут называться статическим и динамическим.

4.3.1 Статический фильтр

На кафедре АЭС УРФУ ранее был разработан алгоритм статической фильтрации ТИ для повышения эффективности ОС ЭЭС. В основе работы

статического фильтра лежит теория отбраковки ошибочных ТИ, изложенная в [54,104,106,107]. Вкратце суть алгоритма фильтрации заключается в проверке различных функциональных зависимостей ТИ между собой, таких, например, как соблюдение законов Кирхгофа и непротиворечивость взаимосвязанных ТИ. К проверяемым функциональным зависимостям относятся:

Баланс мощности в узле по данным «сырых» телеизмерений

Расчет балансов мощности в узлах по данным телеметрии возможен при наличии всех необходимых измерений мощностей в подходящих к узлу линиях и измерений нагрузки и генерации в узле, если они существуют. Большие небалансы в узлах позволяют выявить группу проблемных ТИ, в которой наверняка есть как минимум одно некорректное ТИ. Очень часто это может быть единственное измерение мощности по линии, входящее в баланс с ошибочным знаком из-за неправильной привязки канала ТИ.

Фильтрация параметров режима отдельного участка сети

При наличии измерений потоков мощностей в начале и конце линии, а также напряжений в ограничивающих линию узлах, существует возможность расчета потерь в линии по формулам

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \Delta P(P_H^{ТИ}, Q_H^{ТИ}, U_H^{ТИ}) = \frac{P_H^2 + Q_H^2}{U_H^2} R; \\
 F_2 &= \Delta P(P_K^{ТИ}, Q_K^{ТИ}, U_K^{ТИ}) = \frac{P_K^2 + Q_K^2}{U_K^2} R; \\
 F_3 &= \Delta P(Q_H^{ТИ}, Q_K^{ТИ}) = \frac{Q_H - Q_K}{X} R; \\
 F_4 &= \Delta P(P_H^{ТИ}, P_K^{ТИ}) = P_H - P_K; \\
 F_5 &= \Delta P(U_H^{ТИ}, U_K^{ТИ}, \delta^{ТИ}) = \frac{U_H^2 + U_K^2 - 2U_H U_K \cos \delta^{ТИ}}{Z^2} R.
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Каждое используемое ТИ в формулах (4.16) встречается при вычислении только двух значений F_i из пяти. Далее необходимо определить, какие значения F_i наиболее сильно отклоняются от среднего значения потерь. Если одно и то же ТИ входит в оба этих уравнения, то с большой вероятностью можно утверждать, что такое измерение ошибочно. Такой подход достаточно эффективен в случаях наличия только одного плохого ТИ. В случае взаимосвязанных плохих данных результат работы фильтра становится неопределенным. К другим недостаткам

этого метода относится необходимость наличия всех измеряемых параметров, что встречается обычно только в сетях высокого напряжения (от 500 кВ и выше).

Контроль соотношений взаимосвязанных ТИ

На участке сети имеет смысл отдельно контролировать соотношения F_3, F_4 из (4.16). Небаланс, превышающий значения входящих в его уравнение измерений, свидетельствует об ошибке направления (знака) одного из ТИ. Отрицательное значение может быть следствием простых ошибок в ТИ, что наиболее вероятно для небольших значений перетоков мощности, где погрешность измерения сопоставима с самим измеренным значением. Иногда это может быть вызвано одновременно перепутанными номерами и знаками измерений мощности начала и конца линии. В любом случае такие измерения стоит признать подозрительными и обратить на них отдельное внимание при изучении их ретроспективы.

Статический фильтр, реализованный автором в ПК «RastrWin3», позволяет выявлять описанные нарушения в автоматическом режиме и отображать их пользователю. Вид фильтра показан на рисунке 4.9.

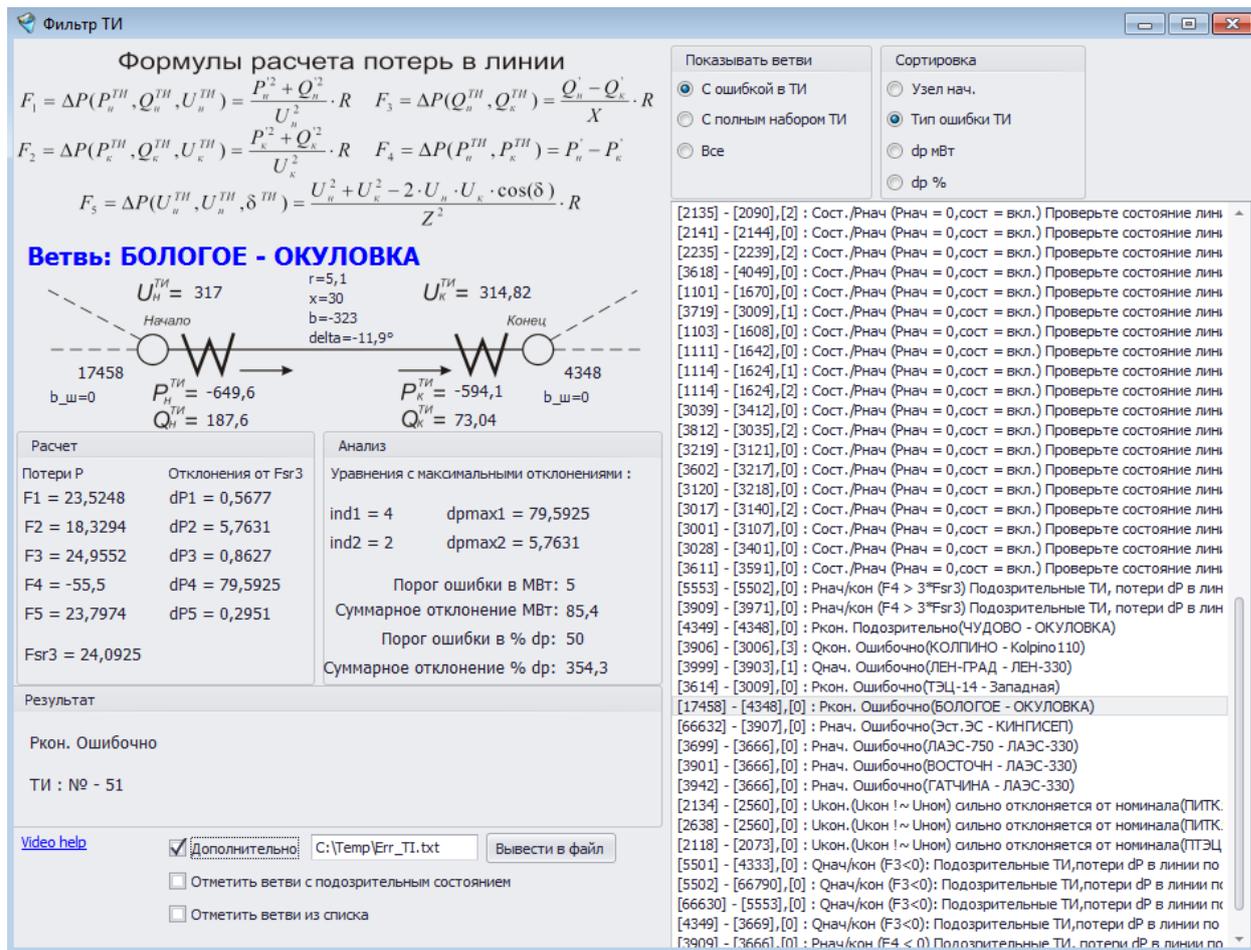


Рисунок 4.9 - Общий вид статического фильтра

Кроме того, в реализованном фильтре предусматриваются пороговый фильтр и контроль соотношений взаимосвязанных ТИ и ТС.

Простейший пороговый фильтр определяет возможный допустимый диапазон состояния измеряемого параметра и отбраковывает измерения, выходящие за установленные рамки. Для его работы необходимо задавать возможный диапазон изменения ТИ, что зачастую делается далеко не для всех измерений. В основном пороговый фильтр контролирует отклонения измерений напряжений от номинальных значений, превышающих заданный общий порог в районе 10–30 %, и отсутствие отрицательных нагрузок и генераций. Для второго случая технологи часто задают минимальное пороговое значение 0 у узловых измерений нагрузки и генерации. Пороговый фильтр почти не используется для измерений перетоков мощности по линиям.

Контроль соотношений взаимосвязанных ТИ и ТС

Одной из наиболее часто встречающихся проблем при выявлении ошибок в поступающей телеметрии является несоответствие сигналов ТИ и ТС. Так на условно отключенной по ТС линии измерение мощности может существенно отличаться от нулевого значения. Или, наоборот, на условно включенной линии измерение перетока мощности имеет значение, близкое к нулевому. На практике принимается главенствование ТС, однако, такое упрощение является следствием того факта, что из-за отсутствия избыточности информации далеко не всегда возможно определить виновника ошибки. ТС в силу дискретного характера, в общем случае, считаются более достоверными данными, чем ТИ, хотя такое сравнение не совсем корректно из-за различной природы измерений. Методы топологической оценки представлены в работах отечественных авторов [78,79,82] и их зарубежных коллег [55–57].

Отдельно стоит упомянуть и о необходимости идентификации ошибок синхронизированных векторных измерений. Такие измерения хоть и считаются очень точными, тем не менее, к ним нельзя относиться с абсолютным уровнем доверия, они также могут быть источником ошибок [121].

4.3.2 Динамический фильтр

В основе работы динамического фильтра лежит анализ статистической информации, рассчитанной для всей телеметрии. Анализ статистики позволяет выявить выбросы значений ТИ на протяжении времени наблюдений, нехарактерное поведение графиков ТИ, различные колебания и пропадания сигналов. Динамический фильтр также реализован автором в составе ПК «RastrWin3». Для видов измерений ТИ и ТС используются разные показатели статистики. Показатели статистики сведены в таблицы со встроенными возможностями фильтрации, группировки и сортировки данных. В этих же таблицах имеется возможность отметить выбранные ТИ для построения их графиков. Вся статистика рассчитывается после заполнения локальной базы данных (ЛБД) ТИ. Значения ТИ берутся непосредственно из ОИК за указанный интервал с заданной дискретностью. Эта информация позволяет провести следующие виды анализа:

✓ *Статистический анализ ТИ:*

Для всех ТИ рассчитываются показатели статистики:

- минимальное значение;
- максимальное значение;
- среднее значение;
- дисперсия;
- среднеквадратичное отклонение σ ;
- признак наличия отклонений $>3\sigma$.

Наибольший интерес представляет значение σ . Анализ графиков с наибольшими его значениями позволяет выявить измерения с нехарактерным поведением графика и возможными ошибками в типе привязки. Пропадания сигнала также будут отражены большими значениями σ . Нарушения показателя 3σ , в особенности в сочетании с большими значениями среднеквадратического отклонения (относительно среднего), помогут выявить резко скачущие ТИ. Здесь следует не забывать про выбранный интервал чтения данных ТИ – при больших интервалах актуальность этих данных статистики может снижаться;

✓ *Корреляционный анализ ТИ:*

Для всех ТИ рассчитываются коэффициенты корреляции. Матрица представляется пользователю в ленточной форме записи. Из-за большого

количества коэффициентов для анализа в отображаемую матрицу попадают отфильтрованные значения, превышающие по модулю значение 0,9. Корреляционный анализ позволяет выявить одинаковые значения ТИ в разных каналах. Это может быть потенциальной ошибкой в обвязывании схемы каналами ТИ. Большие значения коэффициентов корреляции для ТИ с разными типами привязок, например, мощности по линии и напряжения в узле, также представляют интерес для подробного изучения графиков ретроспективы таких ТИ. Потенциально эти данные могут пригодиться для различных исследовательских целей, например, получения аналога коэффициентов влияния электрических параметров друг на друга;

✓ *Статистический анализ ТС:*

Значения ТС характеризуют два основных параметра – количество переключений и среднее значение. Здесь наибольший интерес представляет сопоставление графиков ТС, имеющих переключения состояний, с графиками измерений мощностей по этим линиям. Несоответствия в графиках укажет на вероятные ошибки привязки телеметрии к схеме. Такую проверку необходимо делать для всех случаев несоответствия ТИ и ТС, выявленных в статическом фильтре;

✓ *График балансов мощности в узлах:*

Построение графиков балансов и мощностей, составляющих этот баланс, зачастую позволяет наглядно определить ошибочное ТИ, отклоняющее значения баланса мощности от нулевого значения;

✓ *Статистический анализ оцененных ТИ:*

Итогом настройки схемы для оценивания состояния и проведения расчета является полученный установившийся режим и оцененные значения измерений. Качество оценки в общем случае можно охарактеризовать через отклонения оцененных значений ТИ от их измеренных значений. В плохо настроенной схеме эти отклонения будут довольно существенны. Ключевым показателем статистики ОС является среднеквадратичное отклонение оцененного значения ТИ от измеренного. Для ОС в ПК «RastrWin3» важной характеристикой является еще и среднее значение множителя Лагранжа. Наибольшие отклонения этих параметров от нулевых значений часто

свидетельствуют об ошибках в ТИ. В хорошо настроенной схеме оцененные значения параметров мало отличаются от их измерений, а множители Лагранжа не имеют резко выделяющихся больших значений.

Динамическая фильтрация осуществляется за счет анализа статистических данных. Они позволяют осуществить быструю выборку подозрительных ТИ, а графический анализ – установить наличие ошибок в привязке или качестве сигнала выбранных каналов ТИ. Задачей динамической фильтрации в описанном контексте является обработка большого объема данных телеметрии, ранжирование по различным статистическим данным и отображение в удобном для восприятия виде. Общий вид динамического фильтра представлен на рисунке 4.10. В [119] для динамической фильтрации ошибок телеметрии предлагается прогнозирование измерений с последующим анализом отклонений прогнозных значений от измеренных.

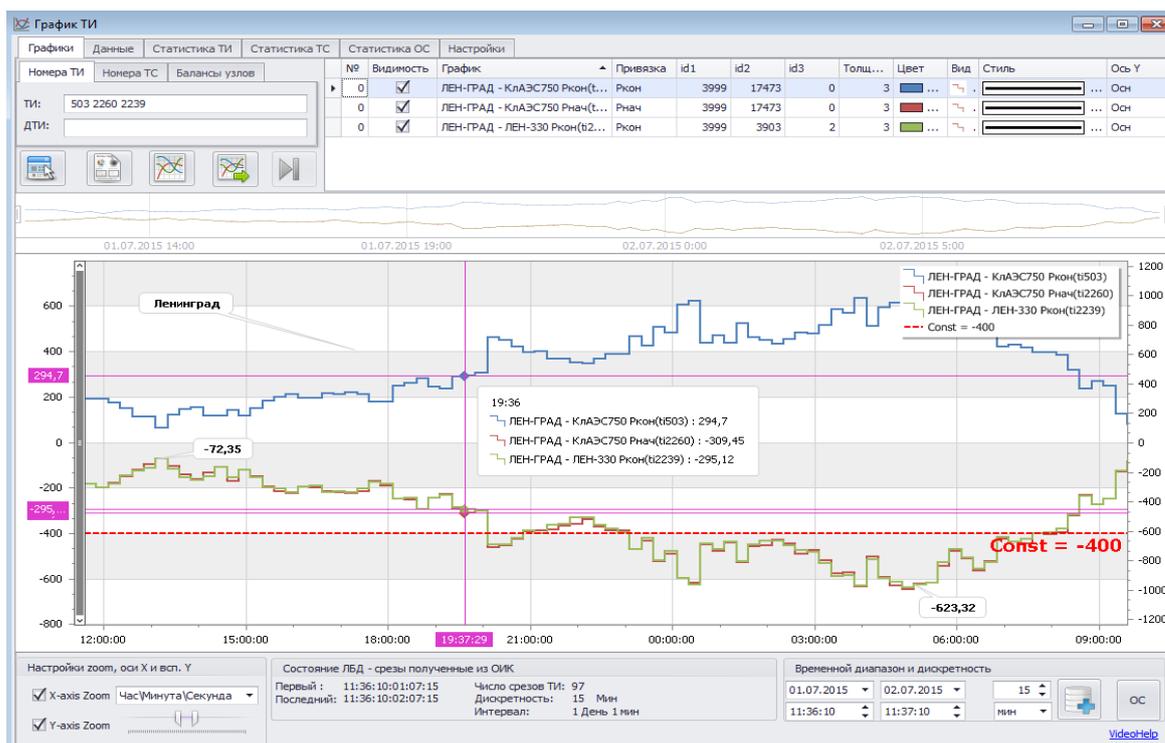


Рисунок 4.10 - Общий вид динамического фильтра

В текущей реализации механизма фильтрации требуется участие технолога, а сам механизм, по сути, является инструментом, выполняющим большую часть работы, связанной с первичным анализом данных ТИ, конечное же решение о корректности привязки ТИ при анализе схемы в каждом выявленном случае должен в общем случае принимать технолог. Статический фильтр может работать

и в оперативном цикле ОС, отключая явно ошибочные ТИ или снижая весовой коэффициент подозрительных ТИ. Фильтр имеет свои настройки для ранжирования ошибочных/подозрительных ТИ.

Совместное применение методов статической и динамической фильтрации обеспечивает эффективный механизм поиска грубых ошибок в схеме привязки телеметрии. Встроенный в ПК «RastrWin3» конвертер «Космос-Rastr» позволяет получать существующие схемы, предназначенные для ОС, сразу с данными телеметрии и их привязкой. Возможность интеграции с любым существующим ОИК обеспечивает широкий диапазон применения описанных фильтров. Текущую реализацию фильтров можно расценивать как первый этап, необходимый для отбраковки некачественных ТИ, поступающих в ОС. Именно ошибки привязки телеметрии к схеме, обусловленные зачастую человеческим фактором, вносят постоянные существенные искажения в результаты ОС. Такие ошибки должны быть исключены в первую очередь. Следующим этапом проверки должна стать оценка топологии сети на основании данных ТС. Для полноценного решения этой задачи необходимо использование коммутационного слоя для представления крупных подстанций. И, наконец, на заключительном этапе должна выполняться фильтрация данных телеметрии в оперативном режиме на основании алгоритмов с использованием контрольных уравнений для своевременного выявления сбоев ТИ [58–60].

4.4 Практические результаты расчетов ОС

Основной целью разработки алгоритмов ОС является возможность их практического применения для моделей большой размерности уровня РДУ-ОДУ, в среднем содержащих до 300 узлов для задачи ЦСПА и до 2000 узлов для задачи СМЗУ. Тестирование выполнялось для модели ЦСПА ОДУ Урала, содержащей 144 узла, и модели ОДУ Северо-Запада, используемой в рамках внедрения проекта СМЗУ и состоящей из 1024 узлов. Основным счетчиком ОС в обоих проектах является ПК «Космос». Тестируемый алгоритм ОС является альтернативным и выполняется параллельно с основным. ПК «Космос» применяется во всех диспетчерских центрах СО и долгое время являлся фактически единственным реально работающим счетчиком ОС. За это время данный ПК зарекомендовал себя

как исключительно надежный инструмент проведения оперативных расчетов режимов энергосистем на основе телеметрической информации [42, 43]. Этот факт обуславливает использование его результатов как некоего ориентира при определении качества результата ОС. При проведении тестирования альтернативного алгоритма ОС на реальных данных были поставлены следующие задачи:

1) Обеспечение надежности расчета

Расчет ОС может прерваться из-за расходимости вычислительного процесса или может быть остановлен по достижению предельного числа итераций, что характеризует его медленную сходимость. Такие проблемы возникают вследствие плохих исходных данных, недостатка телеметрии, противоречащих друг другу ограничений, все это приводит к плохой обусловленности матрицы производных и связанным с этим фактом проблемам со сходимостью итерационного процесса. Таким образом, отсутствие решения в некоторых случаях может быть вполне ожидаемым результатом, но количество неуспешных расчетов не должно быть больше, чем при использовании основного алгоритма.

2) Обеспечение качества расчета

В общем случае определение качества ОС на реальных данных при отсутствии эталонного режима представляется нетривиальной задачей в плане корректности расчетов. Основным способом определения качества оценки является анализ отклонений оцененных параметров от измеренных значений, так называемых остатков оценивания (прим. Residuals в зарубежной литературе) для каждого оцененного режима. При «хорошей» оценке отклонения должны быть невелики. В ретроспективе оценивания алгоритм не должен выдавать скачкообразных изменений оцененных данных при отсутствии коммутаций в сети или других факторов, сопутствующих резким изменениям телеметрии.

В ходе тестирования ставилась задача сравнения полученных результатов с результатами основного алгоритма ОС и получения схожих или качественно лучших результатов. Как уже отмечалось, определение качества результатов ОС не может быть выполнено только количественными методами, поэтому не существует строгого механизма определения лучшего алгоритма ОС.

4.4.1. ОС на модели ЭЭС используемой в задаче ЦСПА

На рисунках 4.11–4.22 приведены наиболее характерные результаты работы ОС, позволяющие провести качественную оценку тестируемого алгоритма. В рисунках задействован термин «факт», подразумевающий измеренное значение.

На рисунке 4.11 показаны достаточно близкие оцененные значения нагрузки одного из узлов расчетной модели, полученные из основного и альтернативного алгоритмов ОС. Это свидетельствует о возможности работы альтернативного алгоритма, не уступающего основному по качеству получаемого решения.

Рисунок 4.12 также демонстрирует схожие результаты ОС для ошибочного измерения нагрузки активной мощности. Такой пример важен для демонстрации как адекватности реакции алгоритма на возможные возникающие ошибки, так и общей концепции задачи оценивания состояния, выраженной в поиске общего решения за счет возможности варьирования параметров и их отклонения от измеренных значений.

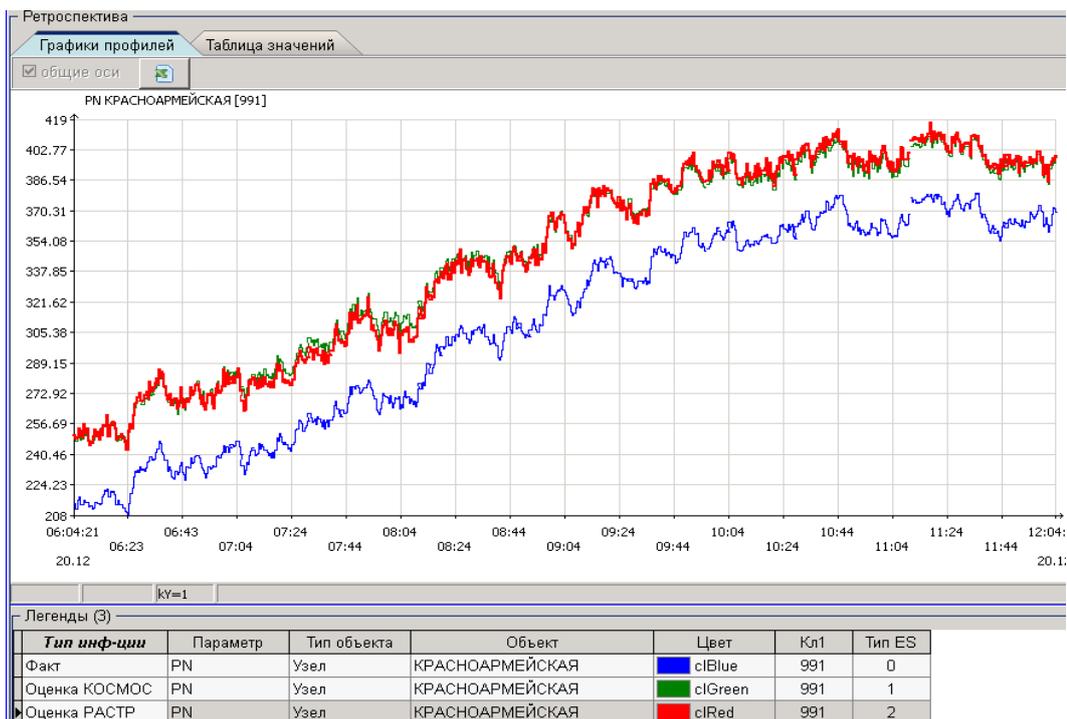


Рисунок 4.11 - Схожие результаты алгоритмов ОС



Рисунок 4.12 - ОС при ошибке знаке/типе измерения

Рис. 4.13 показывает явное преимущество альтернативного алгоритма при необходимости выдерживания ограничений. Здесь для одного из узлов расчетной модели задано ограничение по нагрузке активной мощности 310 МВт и профиль измерения его нагрузки, пересекающий эту границу. В области, где измерение превышает установленный предел, основной алгоритм пытается выдержать ограничение, но, тем не менее, нарушает его на вполне ощутимую величину до 13 МВт в силу специфики применяемого метода внешней точки. В свою очередь альтернативный алгоритм точно выдерживает ограничение за счет использования метода внутренней точки. В области, где измерение не выходит за установленную границу, оба алгоритма дают схожие результаты близкие к измеренному значению.

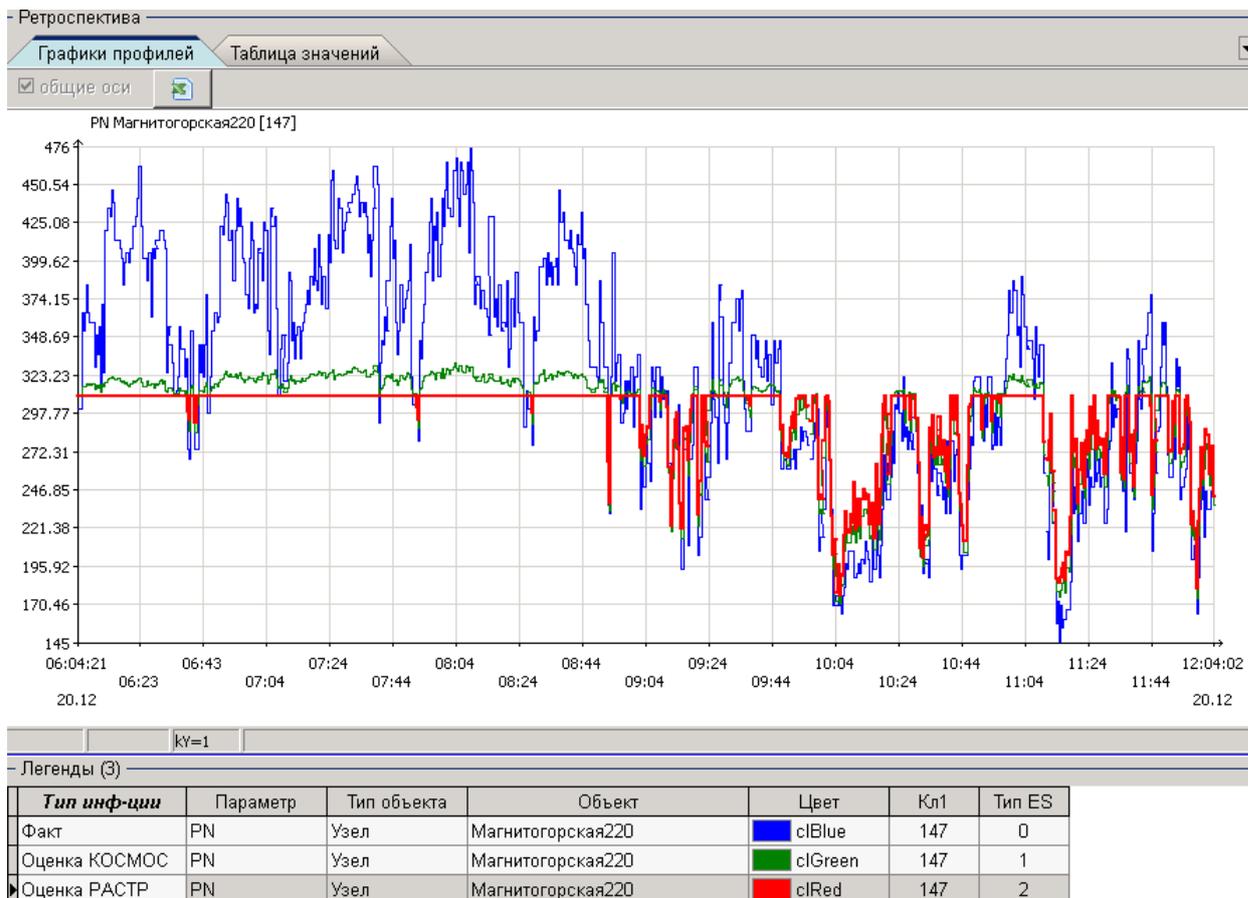


Рисунок 4.13 - Учет ограничения нагрузки P

Рисунок 4.14 демонстрирует нормальное поведение обоих алгоритмов для оценки реактивной мощности нагрузки.

На рисунке 4.15 зафиксировано скачкообразное изменение оцененного значения реактивной мощности нагрузки в работе основного алгоритма при отсутствии подобной реакции в альтернативном. Такие резкие изменения нехарактерны для нормальных режимов работы ЭЭС и поэтому такая работа алгоритма является нежелательной.

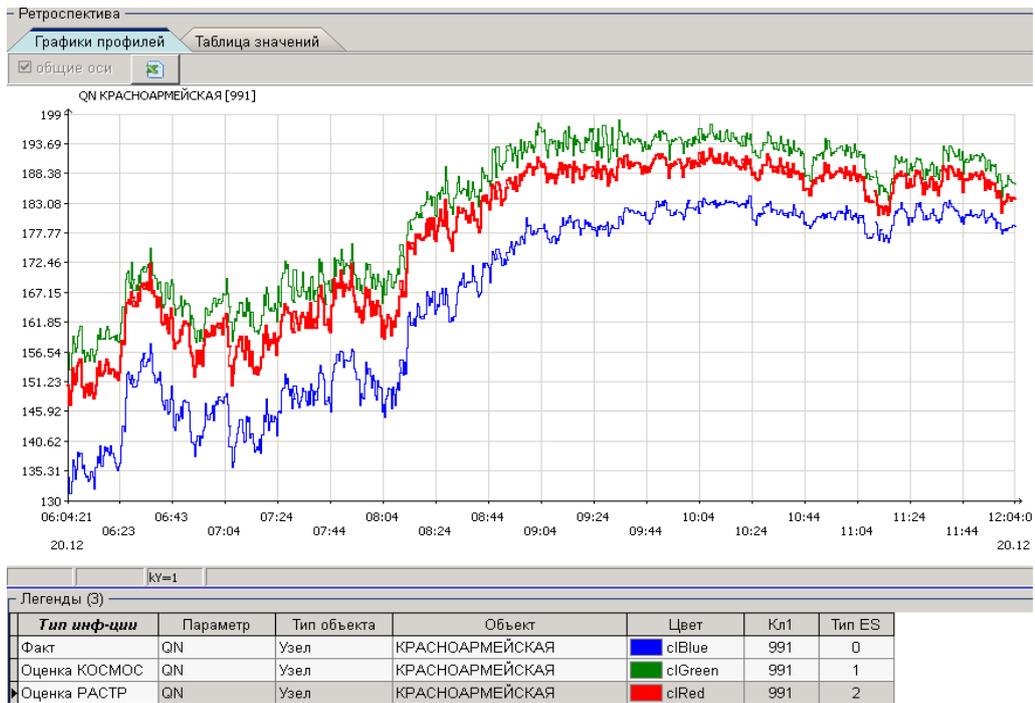


Рисунок 4.14 - Нормальное поведение ОС для нагрузки Q

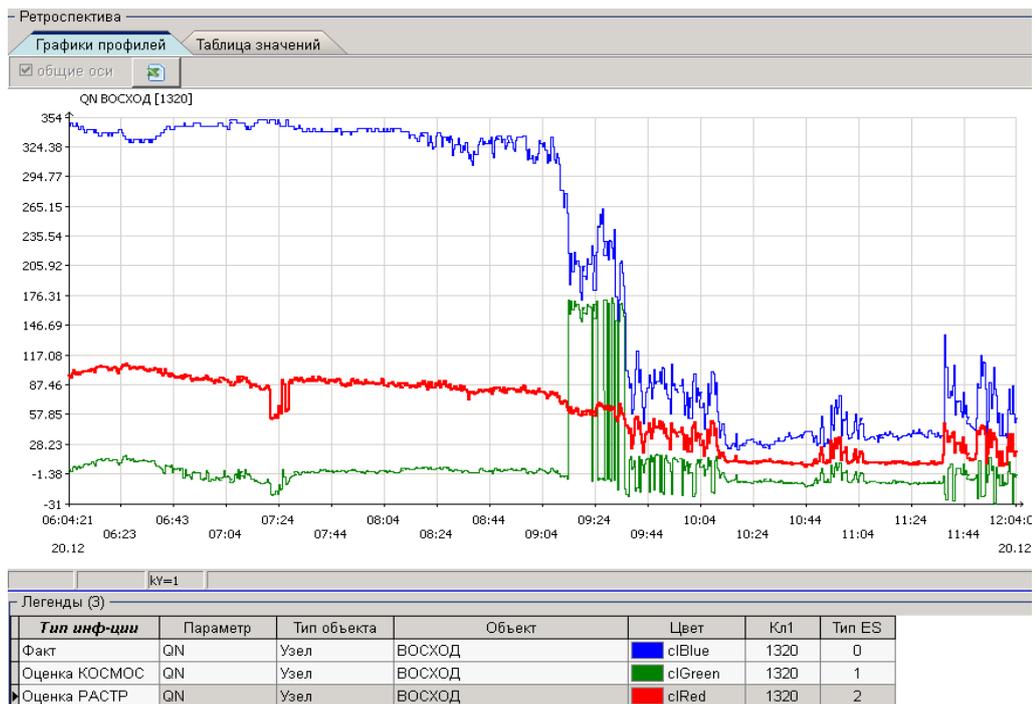


Рисунок 4.15 - Выбросы Q нагрузки в работе основного алгоритма ОС

Аналогичные выбросы по реактивной мощности при оценивании перетока в начале линии в работе основного алгоритма представлены на рисунке 4.16.



Рисунок 4.16 - Выбросы Q перетока по линии в работе основного алгоритма ОС

Пилообразный профиль оцененного основным алгоритмом значения перетока реактивной мощности приведен на рисунке 4.17, на котором также показана реакция обоих алгоритмов при пропадании сигнала телеметрии в районе 07:24, в этом случае оба алгоритма дают схожую оценку параметра.

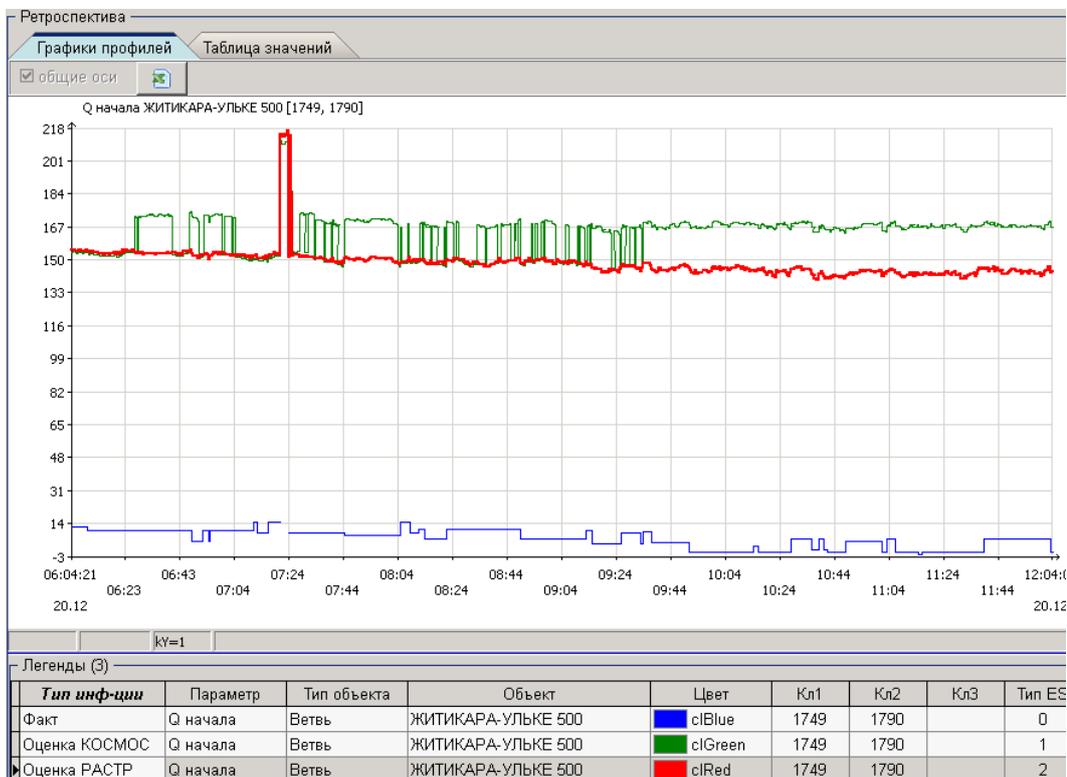


Рисунок 4.17 - Скачки Q перетока по линии в работе основного алгоритма ОС



Рисунок 4.18 - Выбросы U нагрузки в работе основного алгоритма ОС

В соответствии со скачками оцененного значения реактивной мощности узла нагрузки, представленными на рисунке 4.18, соответствующим образом ведет себя и профиль напряжения примыкающего к этой линии узла. Такое значительное и резкое проседание оцененного напряжения (с уровня 510 кВ до уровня 482 кВ) при измеренном значении около 507 кВ и нормальном поведении альтернативного алгоритма свидетельствует о проблемах в работе именно основного алгоритма в рассматриваемой ситуации.

Другие скачки оцениваемого напряжения в работе основного алгоритма представлены на рисунке 4.19.

На рисунке 4.20 показана схожая реакция обоих алгоритмов на резкое изменение измеренного значения. В представленном случае это изменение напряжения скачком, вызванное отключением шунтирующего устройства. Это показывает, что физическое скачкообразное изменение параметра, здесь напряжения, альтернативный алгоритм (как и основной) обрабатывает корректно.



Рисунок 4.19 - Скачки U в работе основного алгоритма ОС

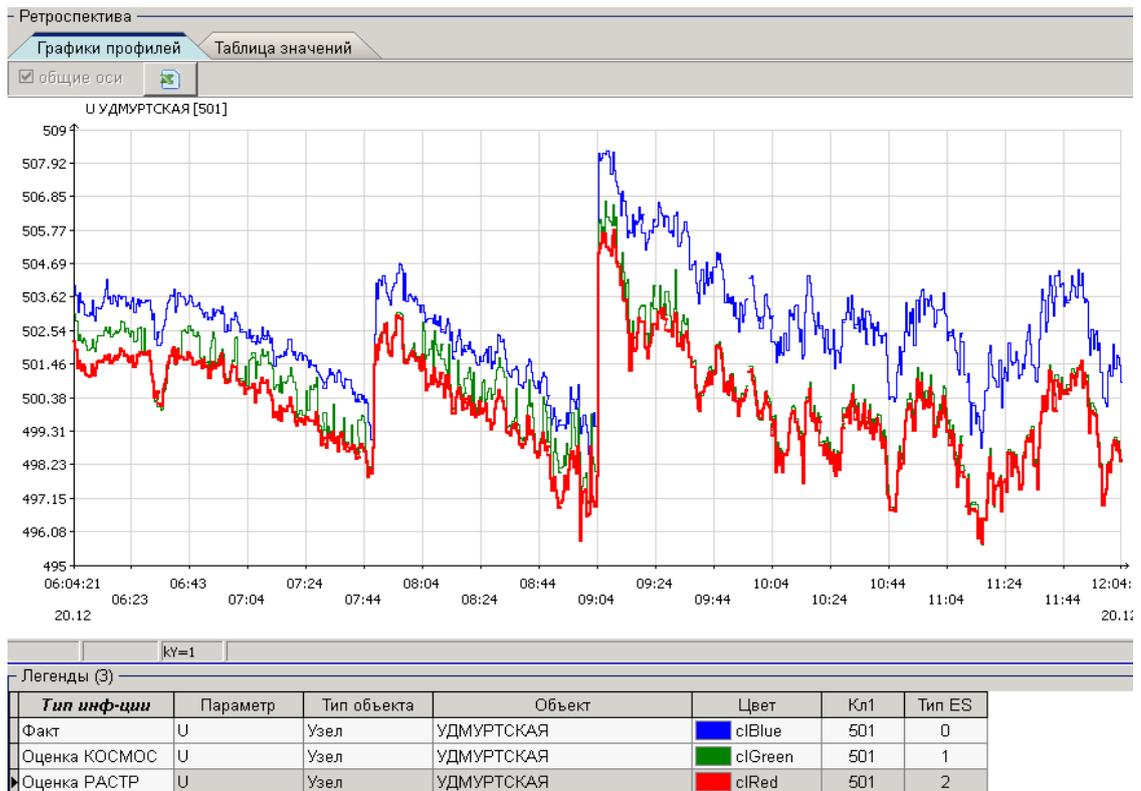


Рисунок 4.20 - Реакция ОС на скачки измерения U

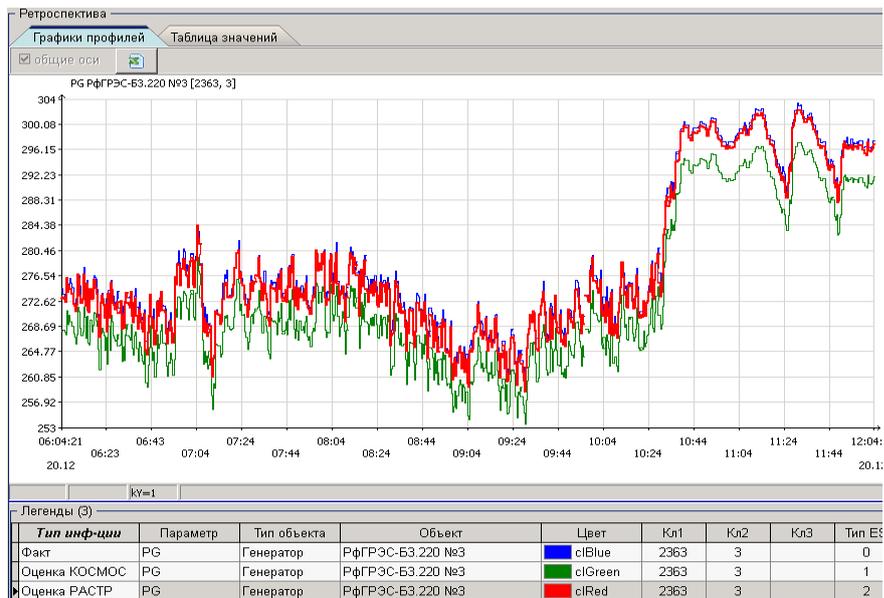


Рисунок 4.21 - Нормально поведение ОС для генератора

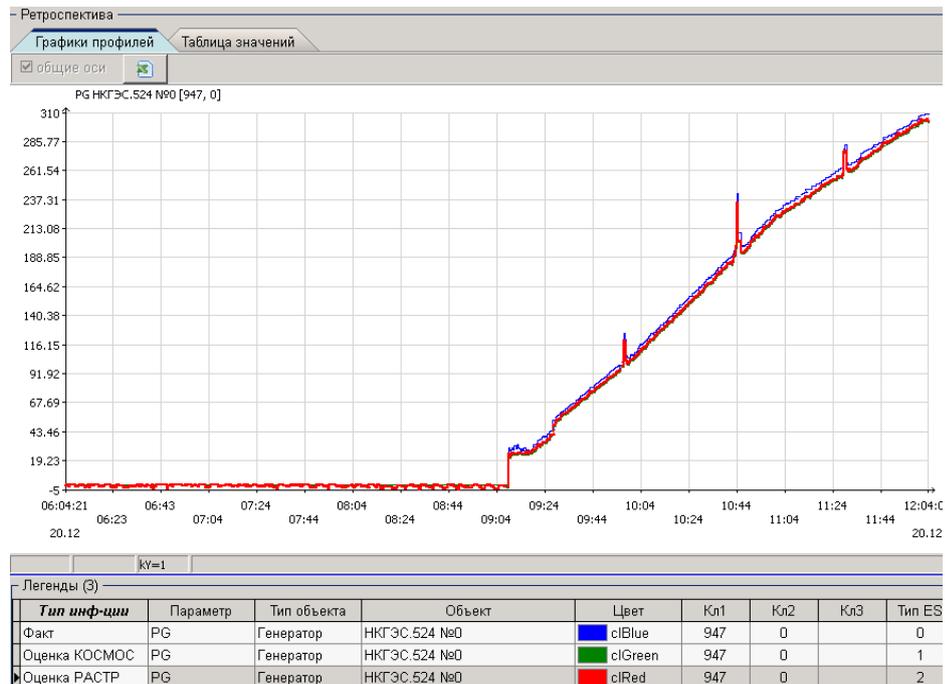


Рисунок 4.22 - Набор мощности генератора

На рисунках 4.21 и 4.22 показаны близкие результаты работы обоих алгоритмов при оценивании активной мощности генератора в режимах нормальной работы и набора мощности.

4.4.2. ОС на модели ЭЭС, используемой в задаче системы мониторинга запасов устойчивости

Далее приводится сопоставление результатов основного (ПК «Космос») и представленного альтернативного (реализованного в ПК RastrWin3) алгоритмов ОС для модели ОЭС ОДУ СЗ, используемой в задаче СМЗУ.

Для первичного анализа ОС выбрана системообразующая линия «ЛАЭС 750 – ЛАЭС – 730». Профили измеренных и оцененных параметров приведены на рисунках 4.23–4.25.

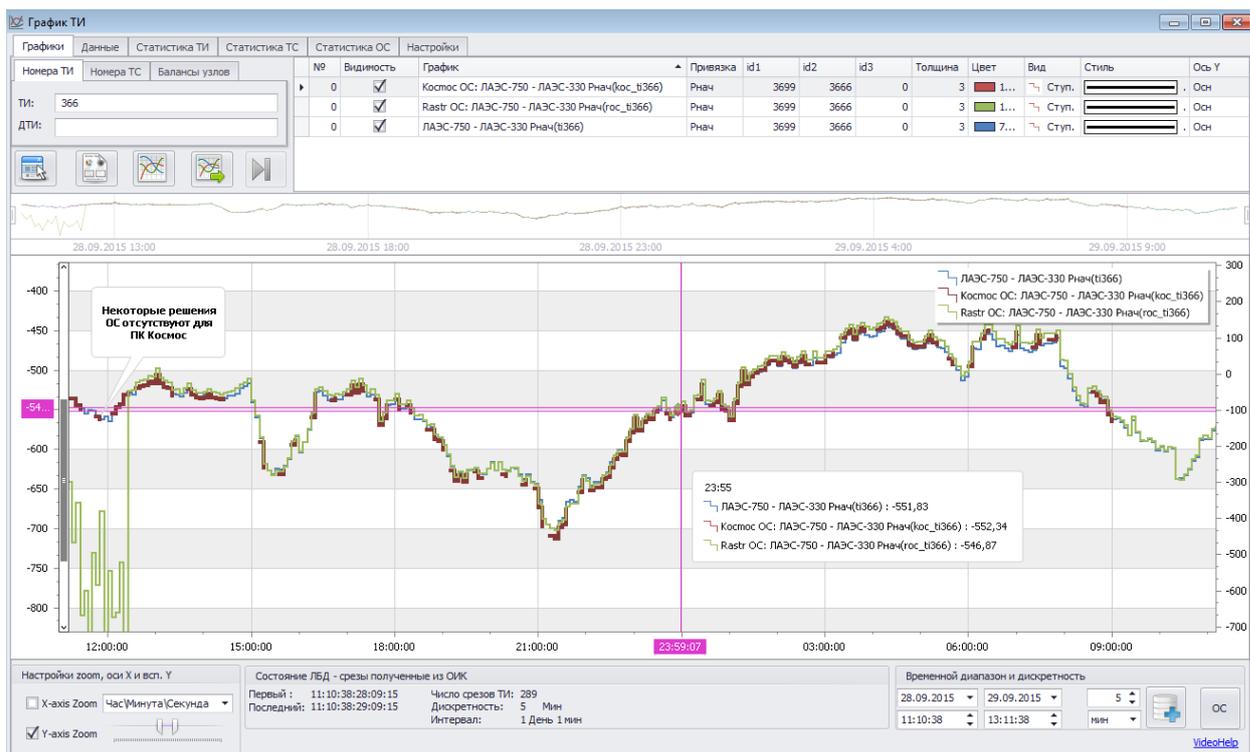


Рисунок 4.23 - Профиль параметра Рнач

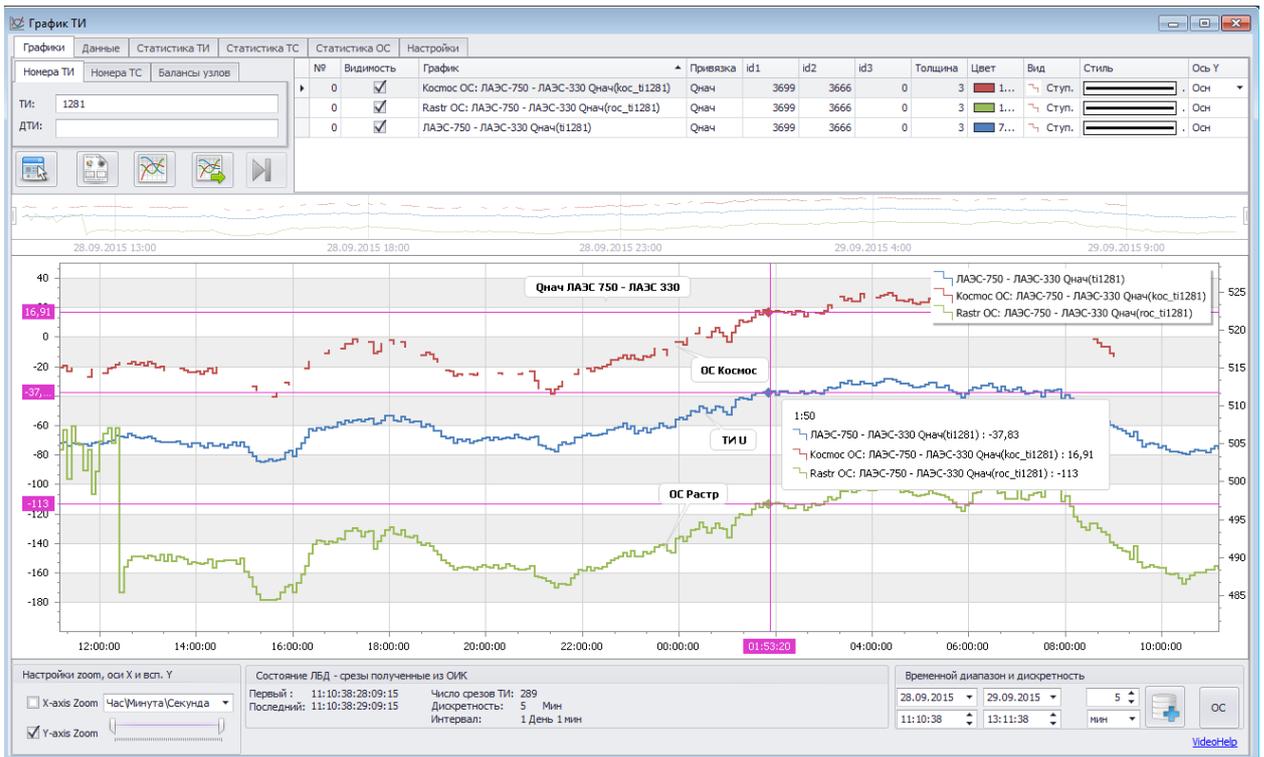


Рисунок 4.24 - Профиль параметра Qнач

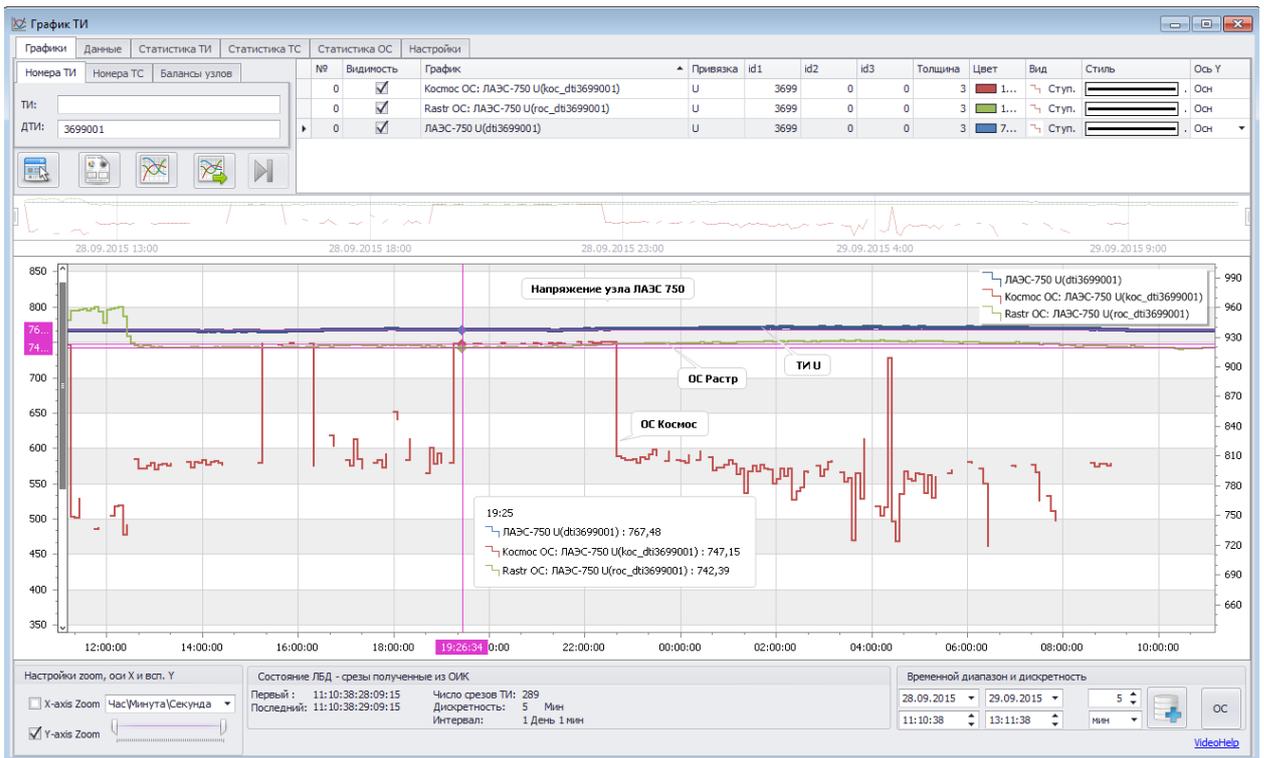


Рисунок 4.25 - Профиль параметра U

Представленные выше рисунки демонстрируют схожие результаты и наглядно показывают проблемы, возникающие при ОС. Можно сделать следующие **ВЫВОДЫ**:

А) Надежность расчета ОС альтернативного алгоритма сравнима с основным.

Здесь стоит оговориться, что в ходе тестирования возникали ситуации невозможности расчета альтернативным алгоритмом при успешном расчете основным. Основной причиной является разный подход к выдерживанию заданных ограничений. В ПК «Космос» за основу взят МВНК, в котором учет ограничений выполняется методом внешней точки с достаточно большим штрафом за нарушение. Поскольку метод внешней точки не обеспечивает точного выдерживания ограничений, хотя это и позволяет добиться высокой надежности получения результата за счет увеличения степеней свободы из-за нестрогого выдерживания ограничений при возникающей необходимости, результат может оказаться практически неприемлемым, схожие выводы сделаны в [83].

В альтернативном алгоритме, реализованном в ПК «RastrWin3», в основе ОС лежит МВТ, ограничения при таком подходе выдерживаются строго, при невозможности выдержать ограничение расчет завершается с ошибкой. При неудачно заданных ограничениях расчет может завершиться аварийно даже при наличии хорошей телеметрии без существенных ошибок. Наиболее характерно это проявляется для узлов низкого класса напряжения, для которых заданы узкие ограничения, к примеру, когда для узла класса 10 кВ заданы ограничения $U_{\min} = 9,9$ кВ $U_{\max} = 10,1$ кВ, причины возникающих проблем частично связаны с вычислительными трудностями при попытке выдержать узкие допустимые границы за счет ограничения шага, а частично связаны с проблемами получения достоверного результата по реактивной мощности.

Б) Существуют проблемы при ОС для реактивной мощности.

Качество измерений реактивной мощности существенно ниже, чем для активной. Распределение реактивной мощности в сети менее интересно, чем активной. Весовые коэффициенты для Q выбираются на порядок ниже, чем для активной мощности. Это приводит к тому, что перетоки реактивной мощности практически не контролируются, а это, учитывая тесную связь между реактивной мощностью и напряжением, приводит к искажению профилей напряжения.

В) ОС для активной мощности выполняется близко к измеренным значениям.

Практически полное отсутствие измерений нагрузок и углов напряжений приводит к достаточно большой степени свободы варьирования активной мощности. Традиционно большие весовые коэффициенты для измерений P

создают ситуацию, когда алгоритм вынужден притягивать значения расчета к значениям измерений активной мощности, иногда и за счет отклонения от значения измерений Q , что является плохой практикой, так как между этими типами измерений слабая корреляция, соответственно требуется существенное отклонение расчетного значения реактивной мощности. Для улучшения ситуации в таких случаях целесообразно использовать измерения тангенса нагрузки. Это обеспечит выдерживание расчетной реактивной мощности в соответствии с активной при стремлении алгоритма ОС минимизировать ЦФ за счет отклонений «дешевых» измерений реактивной мощности.

Другой проблемой доминирующего положения измерений активной мощности является идентификация и сильное влияние ошибок измерений в условиях низкой оснащенности телеметрией. К сожалению, в общем случае решить эту проблему можно только избыточностью телеметрии, обеспечивая возможность идентификации и исключения ошибочных измерений.

Вычислительные эксперименты, выполненные в подразделе 4.2, показывают, что применение разработанных моделей позволяет преодолеть обозначенные проблемы при их правильном применении. Это означает повышение требований к квалификации персонала, осуществляющего настройку схемы для задачи ОС, и является неизбежной платой за предоставляемые возможности добиться качественно лучших результатов без изменения исходного набора телеметрической информации.

4.5 Выводы

Разработан эффективный алгоритм оценивания состояния, позволяющий одновременно использовать квадратичную и линейную модель измерений, эффективно учитывать большое число ограничений на параметры и реализованный в составе промышленного ПК «RastrWin» [64–65].

1. Разработаны различные модели измерений и рассмотрено их применение в формировании задачи ОС. Выбор моделей позволяет настроить функцию ОС, обеспечивающую получение наиболее адекватных результатов. Такая возможность позволяет проводить ОС не только с точки зрения минимизации ЦФ, но и дополнительно использовать априорные знания о технологической системе.

2. Выполнен анализ влияния грубых погрешностей измерений, показаны методы подавления ошибок в процессе расчета ОС при помощи использования различных моделей измерений. Выбраны и реализованы фильтры ошибочных измерений и ошибок привязки телеметрии, работающие до проведения ОС.

3. В ходе практических расчетов с помощью разработанного модуля оценивания состояния были выявлены следующие особенности:

- Выбор начального приближения. В отличие от классического метода взвешенных наименьших квадратов для метода внутренней точки нет необходимости в задании «хорошего» начального приближения, полученного, например, из предыдущего расчета. Более того, выбор в качестве начального приближения значений, близких к решению, не улучшает скорость сходимости, а даже наоборот часто замедляет расчет. Поэтому для всех расчетов в качестве начального приближения используются номинальные модули напряжения и нулевые углы, а для ограниченных величин в качестве начальных принимаются значения на середине интервала.
- Возможность задания измерений, находящихся вне зоны существования установившегося режима. В этом случае полученное решение будет близко к пределу по существованию и задание стабилизационных измерений обязательно.
- Для измерений, имеющих повышенную точность – активной мощности генерации и модуля напряжения на станции, – измерения рекомендуется задавать по линейной модели.
- Число итераций, необходимых для получения решения, слабо зависит от числа ограничений и в зависимости от тяжести режима составляет 20–40.

4. Проведено тестирование расчетного алгоритма в online-режиме на схемах, используемых в задачах ЦСПА и СМЗУ, проведен анализ наиболее характерных проблем. Продемонстрирована возможность применения разработанного алгоритма на существующих моделях энергосистем, эксплуатируемых в диспетчерских центрах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проведенной работы получены следующие результаты:

1. Проведен анализ задач диспетчерского управления ЭЭС. Выявлены основные трудности получения решения, приводящие к необходимости декомпозиции задач по активной и реактивной мощности. Представлена обобщенная попытка объединения задач оптимизации по активной и реактивной мощности для получения единого решения. Выделена проблема «перерегулирования» энергосистем, приводящая к необходимости выдерживать большое количество ограничений в виде неравенств. Представлена классификация используемых ограничений. Сформулирована математическая постановка задачи комплексной оптимизации.
2. Рассмотрены теоретические основы метода внутренней точки для класса оптимизационных задач с наличием ограничений. На основе МВТ разработана математическая модель для решения оптимизационных задач с учетом технологических ограничений. В модели реализована возможность задания уникального вида функции от каждого параметра для формирования общей целевой функции. Представлен унифицированный алгоритм решения, не привязанный к виду ЦФ.
3. Сформулированы условия постановки задачи ВРДО как оптимизационной задачи с учетом ограничений, решаемой с использованием МВТ. Для задачи ВРДО разработаны модели дискретного регулирования источников активной мощности для возможности моделирования управляющих воздействий вида «ограничения генерации» и «ограничения нагрузки». Представлены способы формирования ЦФ в зависимости от необходимости минимизации потерь, учета технологических ограничений, минимизации отклонений параметров от заданных значений.
4. Для задачи оценивания состояния разработаны специальные модели измерений, в том числе позволяющие учесть априорные знания о рассматриваемой энергосистеме и подавить влияние ошибочных измерений, представлены способы их учета в задаче ОС.
5. Выбраны наиболее простые и эффективные методы анализа грубых ошибок, подходящие для реализации. На их основе реализован фильтр грубых ошибок

телеметрии. Результаты тестирования на реальных схемах подтвердили эффективность применяемых методов для первичной отбраковки грубых ошибок привязки телеметрии к схеме и на практике позволили выявить ошибки привязки телеметрии в модели сети ОДУ Северо-Запада.

6. Результаты исследований использованы при развитии и модернизации отечественного ПВК широкого применения «RastrWin3» и его расчетных модулей, предназначенного для решения задач диспетчерского управления и находящегося в промышленной эксплуатации в ЕЭС России и в других странах уже более 20 лет.

Перспективы дальнейшей разработки темы исследования.

1. Результаты исследований и разработок являются актуальными для развития и совершенствования методов комплексной оптимизации ЭЭС, в том числе решения задач ВРДО и ОС.

2. Дальнейших исследований требуют вопросы: оценивания состояния параметров схемы замещения ЭЭС и коммутационного оборудования с применением представленных возможностей учета дискретного изменения переменных, выполнении анализа свойств сходимости представленного адаптированного МВТ для «тяжелых» режимов, а также определения наиболее близких решений при не существовании режима на допустимом множестве вариации переменных.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СОКРАЩЕНИЙ

АСДУ	– Автоматизированная система диспетчерского управления
ВРДО	– Ввод режима в допустимую область
ВСВГО	– Выбор состава вводимого генерирующего оборудования
ККТ (условия)	– Условия Каруша-Куна-Таккера
ЛЭП	– Линия электропередачи
МВНК	– Метод взвешенных наименьших квадратов
МВТ	– Метод внутренней точки
МНК	– Метод наименьших квадратов
МНМ	– Метод наименьших модулей
НТЦ ЕЭС	– Научно технический центр единой энергетической системы
НИО	– Научно исследовательский отдел
ОГ	– Ограничение генерации
ОДУ	– Объединённое диспетчерское управление
ОДУ СЗ	– Объединённое диспетчерское управление Северо-Запада
ОИК	– Оперативно информационный комплекс
ОН	– Ограничение нагрузки
ОПРТ	– Относительный прирост расхода топлива
ОС	– Оценивание состояния
ПК	– Программный комплекс
ПВК	– Программно-вычислительный комплекс
ПО	– Программное обеспечение
ПУР	– Положение по управлению режимами
РДУ	– Региональное диспетчерское управление
РНК	– Российский национальный комитет
СМЗУ	– Система мониторинга запасов устойчивости
СО	– Системный оператор
СТК	– Статический тиристорный компенсатор
ТИ	– Телеизмерение
ТМ	– Телеметрия
ТС	– Телесигнал

УВ – Управляющее воздействие
УР – установившийся режим
УРФУ – Уральский федеральный университет
УШР – Управляемый шунтирующий реактор
ЦДУ ЕЭС – Центральное диспетчерское управление единой энергосистемы
ЦСПА – Централизованная система противоаварийной автоматики
ЦФ – Целевая функция
ЭВМ – Электронно-вычислительная машина
ЭС – Энергосистема
ЭЭС – Электроэнергетическая система
EMS – Energy management system (Система управления энергией)
PMU – Phasor measurement unit (Векторные измерения)
CIGRE – Conseil International des Grands Réseaux Electriques (Международный Совет по большим электрическим системам высокого напряжения)
SCADA – Supervisory Control And Data Acquisition (диспетчерское управление и сбор данных)
FACTS – Flexible alternating current transmission system (Гибкие системы передачи переменного тока)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исторические вехи и сегодняшний день отечественной энергетики // Электрические станции, 2016, №8. - С.52-61.
2. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров // М.: Высшая школа, 1994. - С.268-272.
3. Пантилеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах // М.: Высшая школа, 2005, - С. 110.
4. Аттетков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации // МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. - С 53-58.
5. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач // М.:Наука, 1980. - С. 101 – 136.
6. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию // М.: Наука, 1983. - С. 288-296.
7. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Пер. с англ. // М.: Мир, 1985. - С. 188.
8. Карманов В. Г. Математическое программирование // Изд-во физ.-мат. литературы, 2004. - С. 171-186.
9. H.W. Dommel, W.F. Tinney “Optimal Power Flow Solutions” // IEEE Trans. on Power Systems Vol. 87, 1968. – P. 1866-1876.
10. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию // М.: Наука, 1983. - С. 29-36.
11. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Пер. с англ. // М.: Мир, 1985. - С. 141-144.
12. O. Alsac, J. Bright, M.Prais, and B.Stott, “Futrther Development in LP Based Optimal Power Flow” // IEEE Trans. On Power Systems, Vol 5, No 3, August 1990. - P. 697-711.
13. R.C.Burchett, H.H. Happ and K.A.Wirgau, “Quadratically Convergent Optimal Power Flow” // IEEE Trans. On Power Systems, Vol. 103, No. 11, November, 1984. - P. 3267-3276.
14. N.I.Deeb and S.M.Shahidehpour, “A Decomposition Approach for Minimizing Real power Losses in Power Systems” // IEE Proceedings, Part C, Vol.138, No.1, January 199. – P. 27-38.

15. D.I. Sun, et al, "Optimal Power Flow by Newton" // IEEE Trans. On Power Systems, Vol. 103, No. 10, October, 1984. - P. 2864-2880.
16. K. Ponnambalam, V.H.Quintana and A Vannelli, "A Fast Algorithm For Power System Optimization Problems Using An Interior Point Method" // IEEE Trans. On Power Systems, Vol 7, No 2, May 1992. - P. 892-899.
17. L.S.Vargas, V.H.Quintana and A.Vannelli "A Tutorial Description of an Interior Point Method and its Application to Security- Constrained Economic Dispatch" // 92 SM 416-8 PWRS, IEEE/PES, 1992.
18. H.Singh and F.L. Alvarado, "Weighted Least Absolute Value State Estimation Using Interior Point Methods" // 93 SM 471-3 PWRS, IEEE/PES 1993, Vancouver, B.C., Canada, July 18-22, 1993.
19. C.N.Lu and M.R.Unum "Network Constrained Security Control Using an Interior Point Alghorithm" // 92 SM 584-3 PWRS, IEEE/PES 1992 Summer Meeting, Seattle, W.A. July 18-22, 1993.
20. J.A. Momoh, S.X. Guo, E.C. Ogbuobiri and R. Adapa "The Quadratic Interior Point Methos Solving Power System Optimization Problems" // 93 SM 475-4 PWRS, IEEE/PES, Canada, July 18-22, 1993.
21. S.Granville, "Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods" // IEEE Trans. On Power Systems, Vol. 9, No. 1, February, 1994. - P. 136-146.
22. Yu-Chi Wu,Atif S. Debs and Roy E.Masten "A Direct Nonlinear Predicto-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows" // IEEE Trans. On power Systems, Vol. 9, No.2, May 1994. - P. 876-883.
23. G.D. Irisarri,X. Wang and S.Mokhtari, "Maximum Loadability of Power Systems using Interior Point Non-Linear Optimization Method" // 96 wm 207-1 pwrs, ieee/pes, Baltimore, MD., January 21-25,1996. - P. 162-172.
24. J.A Momoh,R.J. Koessler, M.S. Bond, B. Stott, D.Sun, A. Papalesopoulos and P.Ristanovich, "Challenges to Optimal Power Flow" // 96 WM 312-9 PWRS, IEEE/PES, Baltomore , MD., January 21-25,1996. - P. 444-455.
25. H.Weï, H.Sasaki and R. Yokohama "An Application of Interior Point Quadratic Programming Algorithm to Power System Optimization Problems" // IEEE-Trans. On Power Systems, Vol. 11, No.1, Feb.1996. - P. 260-267.

26. Аюев Б. И. Ерохин П.М., Неуймин В.Г., Шубин Н.Г. Комплексная оптимизация режимов ЕЭС России в условиях функционирования конкурентного рынка. Проблемы управления электроэнергетикой в условиях конкурентного рынка // Сборник трудов. – Екатеринбург: Изд-во ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, №12 (64), 2005. - С. 15-22.

27. Auyev B.I., Yerohin P.M., Neuymin V.G., Mashalov E.V., Shubin N.G. The software complex of optimal power flow solution for united power system of Russia in a competitive electricity market // IEEE. Conference Proceedings Power Tech 2005. – St. Petersburg: June 27-30, 2005. № 696.

28. Максименко Д.М. Александров А.С. Неуймин В.Г. Создание EMS приложений с использованием расчетных модулей RASTRWIN в составе SCADA системы на примере ПО ВРДО // Управление, информация и оптимизация в электроэнергетических системах 2011, 20-24 сентября, Новосибирск.

29. Максименко Д.М. Ерохин П.М. Неуймин В.Г. Модуль ввода режима в допустимую область Современные устройства в электроэнергетике: релейная защита, автоматика и элементы активно-адаптивных сетей // Подготовка кадров для электроэнергетической отрасли, Сборник докладов, Томск 2012. - С. 23-24.

30. Максименко Д.М. Александров А.С. Ерохин П.М. Аспекты реализации модуля ВРДО в составе ПК RastrWin3 // Электроэнергетика глазами молодежи. Научные труды Международной научно-технической конференции 2012, 22-26 октября, Екатеринбург, Том 1, 2012. - С. 294-299.

31. Ерохин П.М., Неуймин В.Г., Александров А.С., Максименко Д.М. Моделирование устройств FACTS в задачах расчета и оптимизации режимов энергосистем // Известия НТЦ Единой энергетической системы, №1(66), 2012. – С. 22-29.

32. Гамм А.З. Статистические методы оценивания состояния электроэнергетических систем // М.: Наука, 1976. - С. 33-37.

33. Авдеев Б. Я., Антонюк Е.М. и др. под ред. Душина Е.М. Основы метрологии и электрические измерения // Л: Энергоатомиздат, 1987, С. 23-28.

34. Браммлер А., Аллан Р., Хэмэм Я. Слабозаполненные матрицы // М.: Энергия, 1979.

35. Jianwei Wu Simple technique to determine the Givens-Rotation matrix in the two-source ICA problem for skewed sources // IEEE Electronic Letters, vol. 52, №8, 2016. - P.613-615.
36. Гамм А.З., Герасимов Л.Н., Голуб И.И., Гришин Ю.А., Колосок И.Н., Оценивание состояния в электроэнергетике // «НАУКА», Москва, 1983. - С. 71-85.
37. Гамм А.З. Статистические методы оценивания состояния электроэнергетических систем // М.: Наука, 1976. - С. 17-24.
38. Гамм А.З., Голуб И.И. Наблюдаемость электроэнергетических систем // М.: Наука, 1990. - С. 77-83.
39. Schweppe F.C., Wildes J. Power system static state estimation. Part 1: exact model. // IEEE Trans. On Power Systems, №1, 1970. - P.120-125.
40. Ерохин П.М., Неуймин В.Г., Шубин Н.Г., Максименко Д.М. Использование оптимизационных методов внутренней точки для оценивания состояния энергосистем. // Известия НТЦ Единой энергетической системы, №1(66), 2012. - С. 22-29.
41. Максименко Д.М., Машалов Е.В., Неуймин В.Г. Оценивание состояния на базе оптимизационного алгоритма в ПК RastrWin3 // Известия НТЦ Единой энергетической системы, №2(69), 2013. - С. 36-44.
42. Прихно В.Л., Черненко П.А. Оперативный расчет режима энергосистемы по данным телеизмерений // Иркутск: СЭИ СО АН СССР, 1982. - С. 70–75.
43. Прихно В. Л., Документация ПК Космос // «Оценивание состояния». - С. 7-20.
44. Паздерин А.В. Решение задачи энергораспределения в электрической сети на основе методов оценивания состояния // Электричество, № 12, 2004. - С. 2-7.
45. Хохлов М. В, Робастное оценивание состояния электроэнергетических систем на основе неквадратичных критериев // диссертация канд. техн. наук. - Сыктывкар, 2010. - С. 60.
46. Aschmineit F.C., Peterson N.M., Adrain E.C. State estimation with equality constraints // Proceedings of the 10th PICA Conf., Toronto, ON Canada, 1977. - P. 427-430.

47. Лоусон Ч., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов // М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. Лит., 1986. - С. 232-237.
48. Naramsimham Vempati, Ilya W. Slutsker, William F. Tinney. Orthogonal Sparse Vector Methods // IEEE Trans. Power Systems, Vol. 7, № 2, May 1992. - P. 926–932.
49. Vanderbei R.J.; Shanno D.F. An Interior-Point Algorithm for Nonconvex Nonlinear Programming // Computational Optimization and Applications, № 13, 1999. - P. 231–252.
50. Шубин Н.Г., Неуймин В.Г., Багрянцев А.А., Максименко Д.М. Оптимизация суточных режимов энергосистемы с адаптивным расчетом максимально допустимых перетоков // Известия НИИ постоянного тока. Научный сб. № 65, 2011. - С. 135–144.
51. Александров А.С., Н.Г., Неуймин В.Г., Максименко Д.М. Расчет максимально допустимых перетоков в системе мониторинга запасов устойчивости // Известия НТЦ Единой энергетической системы. Научный сб. № 1(70), 2014. - С. 13–24.
52. Аюев Б.И., Давыдов В. В., Ерохин П. М., Неуймин В. Г. Вычислительные модели потокораспределения в электрических системах // под ред. П. И. Бартоломея. М.: Флинта: Наука, 2008. - С. 256.
53. Гамма Э., Хелм Р., Джонсон Р., Влссидес Д. Приемы объектно-ориентированного программирования. Паттерны проектирования // СПб.: Питер, 2012. - С. 368.
54. Бартоломей, П. И., Бегалова Е.Н., Паздерин А.В., Трехуровневое повышение достоверности измерительной информации о режимах работы электроэнергетических систем // Томск: Известия Томского политехнического университета, Т 308 №5, 2005. - С. 152-154.
55. Alsac O, Vempati N., V, Stott B., Monticelli A., Generalized state estimation // IEEE Trans. On Power Systems – Vol. 13№ 3, 1998. - P. 1069-1071.
56. Clements K., Costa A., Topology Error Identification Using Normalized Lagrange Multipliers // IEEE Trans. On Power Systems – Vol. 13, №2, 1998. - P. 347-353.

57. Mili L., Steeno G., Dobraca F., French D., A robust estimation method for topology error identification // IEEE Trans. On Power Systems. – Vol. 14, №4, 1999. - P. 1469-1476.
58. Гамм А.З., Колосок И.Н. Обнаружение грубых ошибок телеизмерений в электроэнергетических системах // Новосибирск: Наука, 2000. - С. 152.
59. Манов Н.А., Чукреев Ю.Я., Успенский М.И. и др. Новые информационные технологии в задачах оперативного управления электроэнергетическими системами // Екатеринбург: УрО РАН, 2002. - С. 205.
60. Колосок И.Н., Глазунова А.М. Достоверизация телеизмерений в ЭЭС с помощью искусственных нейронных сетей // Электричество, № 10, 2000. - С. 18-24.
61. Farag A., Al-Baiyat, S., Cheng T., Economic load dispatch multiobjective procedures using linear programming techniques // IEEE Trans. On Power Systems – Vol. 10, №2, 1995. - P. 731-738.
62. Горнштейн В.М., Мирошниченко Б.П., Пономарев А.В. Методы оптимизации режимов энергосистем // Москва: Энергоиздат, 1981. – С. 36-47.
63. Арзамасцев Д.А., Бартоломей П.И., А.М. Холян. АСУ и оптимизация режимов энергосистем // Москва: Высшая школа, 1983. - С. 89–93.
64. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2007610615 // Комплекс расчета и анализа установившихся режимов энергосистем «RastrWin» от 13 декабря 2006 г.
65. Неуймин В.Г., Максименко Д.М. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2016662459 // Оценка состояния для централизованной системы противоаварийной автоматики (ОС ЦСПА) от 16 сентября 2016 г.
66. Дьячков В. А, Разработка методики ввода режима энергосистемы в допустимую область по напряжению // диссертация канд. техн. наук. – Москва. 2000. – С. 84.
67. Паздерин А.В., Юферев С.В. Ввод режима в допустимую область на основе обобщенного метода Ньютона // Сб. докладов III Международ. Научно-практической конф. «Энергосистема: управление, конкуренция, образование». — Екатеринбург: РИО ГОУ ВПО «УГТУ—УПИ», 2008. - С. 410-415.

68. Крюков А.В. Предельные режимы электроэнергетических систем // Монография. – Иркутск, 2012. - С. 118-134.
69. 12. Makarov Y.V., Dong Z.Y., Hill D. J. On convex of power flow feasibility boundary // IEEE Trans. on Power Systems, vol. 23, № 2, May 2008. - P. 811-813.
70. Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М. Оптимизационная модель предельных режимов электрических систем // Электричество, №11, 2010. - С. 2-12.
71. Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М. Оптимизационные вычислительные модели предельных режимов электрических систем в заданном направлении утяжеления // Электричество, №12, 2010. - С. 2-7.
72. Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М. Оптимизационные модели ближайших предельных режимов электрической сети // Электричество, №3, 2011. - С. 2-9.
73. Soman S.A., Khaparde S.A., Shubna Pandit. Computational methods for large sparse power systems analysis // Kluwer Academic publishers, 2001. - P. 258 - 263.
74. S.Mehrotra. On the implementation of a primal-dual interior point method // SIAM J on Optimization, vol2, 1992. - P. 575-601.
75. Бартоломей П.И., Ярославцев А. А. Оперативная коррекция режима электрической системы с учетом ограничений по пропускной способности ЛЭП // Вопросы устойчивости и надежности энергосистем СССР, Ташкент, 1984
76. Бартоломей П.И., Ярославцев А. А. Регулирование режима электрической системы с учетом ограничений пропускной способности линий // Советчик диспетчера по оперативной коррекции режима работы ЭЭС, Иркутск, СЭИ, 1984.
77. Бартоломей П.И., Ярославцев А.А. Оптимизационные модели ввода режима электрических систем в допустимую область // Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт №2, 1985, С. 19-27.
78. Богданов В.А., Коджа М.И., Лисеев М.С., Шульженко С.В. Программный комплекс МОДЕЛЬ для обработки контрольных замеров и суточных ведомостей в энергосистемах // Электричество №8, 1980, С. 1-7.
79. Богданов В.А., Волков Р.Л. Анализ топологии электрической сети по данным телеметрии в автоматической системе диспетчерского управления // Электричество №5, 1975, С.24.

80. Бартоломей П.И. Решение электроэнергетических задач методами второго порядка // УПИ, Свердловск, 1988.
81. Бартоломей П.И., Грудинин Н. И., Ярославцев А. А. Поэтапная коррекция послеаварийных режимов ЭЭС // Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт №2, 1989.
82. Гамм А.З. Обнаружение недостаточно достоверных данных при оценивании состояния ЭЭС с помощью топологического анализа // Электричество № 4, 1978, С.1-8.
83. Богданов В.А., Лисеев М.С., Шульженко С.В. Результаты эксплуатации комплекса программы оценивания состояния ЭЭС // Алгоритмы обработки данных в электроэнергетике, Иркутск; СЭИ, 1982, С. 89-95.
84. Бартоломей П.И., Грудинин Н. И., Неуймин В. Г. Определение оптимальных и допустимых режимов в задачах оперативного управления ЭЭС // Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт №4, 1991.
85. Крумм Л.А. Методы оптимизации при управлении электроэнергетическими системами // Новосибирск: Наука, 1981, С 9-73.
86. Бартоломей П.И., Грудинин Н. И. Оптимизация режимов энергосистем методами аппроксимирующего и сепарабельного программирования // Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт №1, 1993.
87. Bartolomey P., Grudin N. Calculation of electrical network steady-state conditions and their optimization by quadratic approximation // Power Engineering Allerton Press. New York, Vol 30 №5, 1993, P. 73-81.
88. Гамм А.З., Глазунова А.М., Гришин Ю. А., Колосок И.Н., Коркина Е.С. Развитие алгоритмов оценивания состояния электроэнергетической системы // Электричество №6, 2009, С. 2-9.
89. Гамм А. З., Колосок И.Н., Заика Р.А. // Робастные методы оценивания состояния электроэнергетических систем и их реализация с помощью генетических алгоритмов // Электричество №10, 2005, С 2-8.
90. Колосок И.Н., Коркина Е.С., Суханов О.А.. Алгоритмы распределенного оценивания состояния больших энергосистем // Электричество №4, 2011, С. 27-37.

91. Веников В.А., Журавлев В.Г., Филиппова Т.А. Оптимизация режимов электростанций и энергосистем // М. Энергоатомиздат, 1990, С. 352.
92. Веников В.А., Идельчик В.И. Электрические станции, сети и системы. Методы оптимизации управления планированием больших систем энергетики // М. Высшая школа, 1974, С.201-205.
93. Идельчик В.И. Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем // М. Энергоатомиздат, 1988, С. 271-293.
94. Фазылов Х.Ф., Юлдашев Х.Ю., Оптимизация режимов электрических сетей и систем // Ташкент: Фан, 1987, С.145-151.
95. Крумм Л.А. Методы оптимизации при управлении электроэнергетическими системами // Новосибирск: Наука, 1981, С. 299-313.
96. Крумм Л.А. Методы приведенного градиента при управлении электроэнергетическими системами // Новосибирск: Наука, 1977, С. 360-371.
97. Гамм А.З., Кучеров Ю.Н., Паламарчук С.И. Методы решения задач реального времени в электроэнергетике // Новосибирск: Наука, 1990, С 290-311.
98. Липес А.В., Аюев Б.И., Расчеты послеаварийных режимов в централизованной противоаварийной автоматике ОЭС Урала // Информационной обеспечение. Задачи реального времени в диспетчерском управлении, Каунас: Изд. ИФТПЭ, 1989, С. 30-35.
99. Липес А.В. Математические задачи энергетики // Свердловск, Изд. УПИ, 1981, С.86.
100. Совалов С.А. Автоматизация управления энергообъединениями // М., Энергия, 1979, С. 432.
101. Stott B, Alsac O., Monticelli A.J. Security analysis and optimization // IEEE Trans. on Power Systems, vol. 75, № 12, Dec 1987. - P. 1623-1644.
102. Wollenberg B., Stadlin O. A Real-Time Optimizer for security dispatch // IEEE Trans. on Power Systems, vol. PAS-93, Sept. 1974. - P. 1640-1649.
103. Sasson A.M., Merrill H. M. Some Applications Of Optimization Techniques to Power System Problems // IEEE Trans. on Power Systems, vol. 62, № 8, July 1974. - P. 959-972.

104. Бартоломей П.И., Котова Е.Н., Лебедев Е.М. Априорное обнаружение грубых ошибок телеметрии для оценивания состояния ЭЭС // Электроэнергетика глазами молодежи: сб. статей в 2 т., Екатеринбург, 2010, т.1. С.96-101
105. Крумм Л.А. Градиентный метод оптимизации режима объединенных энергосистем // Электричество №5, 1963, С. 6-13.
106. Бартоломей П.И., Лебедев Е.М., Суворов А.А. Влияние априорной достоверизации информации в среде WAMS на качество оценивания состояния // Современные подходы к обеспечению надежности электроэнергетических систем, Коми научный центр Цро РАН, Сыктывкар, 2014, С. 81-88.
107. Bartalomey P.I., Kotova E.N., Lebedev E. M. A Priory Gross Error Identification for the Power System // State Estimation International Scientific and Technical Conference “Electrical Power Engineering 2010”, October 14-16, 2010, Varna, Bulgaria. pp. 87-93.
108. Каханер Д. Численные методы и математическое обеспечение // пер. с англ Моулера К., Неш С., М. Мир, 1998, С.575.
109. Пшеничный Б.Н., Данилин Ю.М. Численные методы в экстремальных задачах // М. Наука, 1975, С.320.
110. Злотник С.Г., Спиридонова Г.В. Методы оптимизации режима энергосистем основанные на симплекс-процедуре // Изд. Штиинца, Кишнев, 1976, С. 51-86.
111. Гераскин О.Т. Оптимизация режимов электроэнергетических систем обобщенным симплексным методом нелинейного программирования // Известия вузов, Энергетика №9, 1977, С. 9-13.
112. Зоркальцев В.И. Относительно внутренняя точка оптимальных решений // Сыктывкар: Коми, фил. АН СССР, 1984, С. 48
113. Зоркальцев В.И., Пержабинский С.М., Ковалев Г.Ф., Лебедева В.Л. Минимизация дефицита мощности в ЭЭС с учетом потерь мощности в линиях электропередачи // Электричество №9, 2010, С.56-60.
114. Зоркальцев В.И., Пержабинский С.М. Алгоритмы внутренних точек в линейном и нелинейном программировании // Омский научный вестник № 1 (117), 2013, С. 25-28.

115. Конторович А.М., Крюков А.В. Методика эквивалентирования сложных электрических систем, основанная на линеаризации уравнений установившегося режима // ЛПИ. Л - Деп. в Информэнерго № Д/994, 1982, С. 9.
116. Воропай Н.И., Об ошибках округления при эквивалентировании линейных электрических сетей // Изв. Ан СССР. Энергетика и транспорт №2, 1973, С. 167-173.
117. Бартоломей П.И., Паниковская Т.Ю. Оптимизация режимов энергосистем // Уч. Пособие Екатеринбург УГТУ-УПИ, 2008, С. 76-77.
118. Хохлов М.В., Чупров В.С. Метод внутренней точки для оценивания состояния ЭЭС по критерию Хьюбера // Электроэнергетика глазами молодежи: сб. статей в 2 т., Екатеринбург, 2010, т.1. С.165-171.
119. Глазунова А.М., Колосок И.Н., Съемщиков Е.С. Обнаружение некорректных данных при управлении интеллектуальной энергосистемой методами динамического оценивания состояния // Электричество №2, 2017, С. 18-27.
120. Хохлов М.В. Особенности реализации нелинейного алгоритма внутренней точки для робастного оценивания состояния ЭЭС // Труды XVII Байкальской Всерос. конфер. «Информационные и математические технологии в науке и управлении». Часть I. Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2012
121. Хохлов М.В. Идентифицируемость ошибок синхронизированных векторных измерений // Современные подходы к обеспечению надежности электроэнергетических систем. Сыктывкар: Коми НЦ УрО РАН, 2014, С. 88-96.
122. Хохлов М.В. Оптимизационные расчеты в электроэнергетике на основе языков алгебраического моделирования // Актуальные проблемы, направления и механизмы развития производительных сил Севера – 2016: Матер. Пятого Всерос. науч. семин. Сыктывкар. 2016. Ч. II. С.123-134.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Пример решения задачи минимизации с ограничением вида неравенство методами внешней и внутренней точки

На кафедре АЭС УРФУ в дисциплине «Информационное обеспечение задач диспетчерского управления» рассматривается численный пример на минимизацию ЦФ с ограничением. Проиллюстрируем МВТ наряду с другими методами на этом примере.

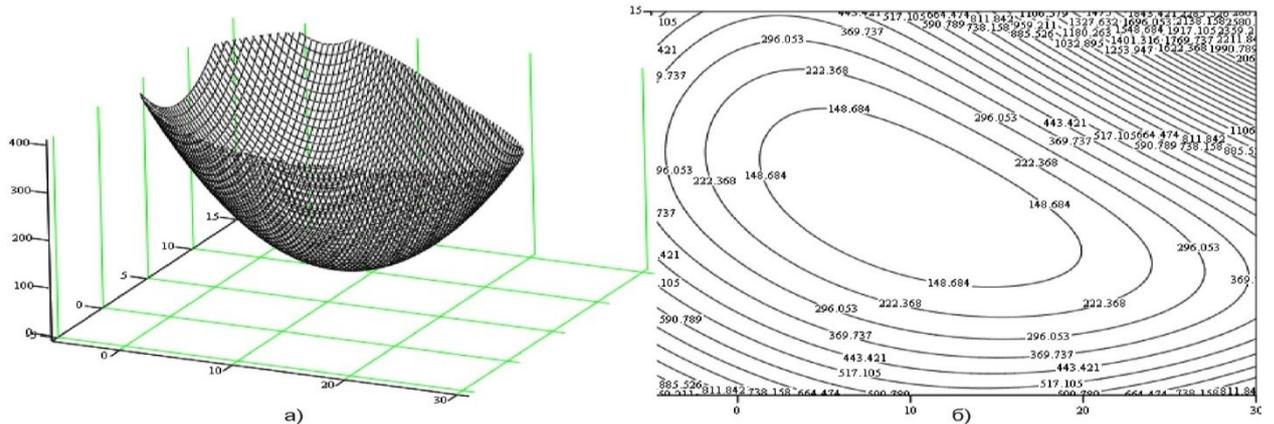
Требуется минимизировать ЦФ

$$F = x_1^2 + x_1x_2 + 4x_2^2 + 0.01(x_1x_2)^2 - 30x_1 - 60x_2 + 400$$

с учетом ограничения

$$\varphi = 2x_1 - x_2 - 40, \quad \varphi \geq 0$$

вид ЦФ представлен на рисунке П.1, и П.2.



Градиентный метод (без учета ограничения)

Частные производные ЦФ по всем переменным составляют градиент функции в точке

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = 2x_1 + x_2 + 0.02x_1x_2^2 - 30$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_2} = x_1 + 8x_2 + 0.02x_1^2x_2 - 60$$

точка начального приближения $X_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, тогда $dx_0 = \begin{pmatrix} -30 \\ -60 \end{pmatrix}$.

Движение по антиградиенту с шагом 1/10 приведет в точку $X_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

$$F(X_1) = 124.24$$

для второй итерации с тем же шагом $X_2 = \begin{pmatrix} 4.58 \\ 6.79 \end{pmatrix}$

$$F(X_2) = 101.33.$$

Отметим, что есть лучший шаг 0.2, приводящий в точку $X'_2 = \begin{pmatrix} 6.17 \\ 7.58 \end{pmatrix}$

$$F(X'_2) = 96.7.$$

Задача определения шага в градиентном методе является одним из способов улучшения сходимости метода. Способ определения оптимального шага будет показан далее.

Обобщенный метод Ньютона (без учета ограничения)

Матрица Гессе:

$$G = \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial F}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial F}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial F}{\partial x_2 \partial x_2} \end{pmatrix},$$

где

$\frac{\partial F}{\partial x_1 \partial x_1} = 2 + 0.02x_2^2$	$\frac{\partial F}{\partial x_1 \partial x_2} = 1 + 0.04x_1x_2$
$\frac{\partial F}{\partial x_2 \partial x_1} = 1 + 0.04x_2x_1$	$\frac{\partial F}{\partial x_2 \partial x_2} = 8 + 0.02x_1^2$

Рекуррентное соотношение

$$dx = G^{-1} \cdot -\nabla F$$

точка начального приближения $X_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, тогда $dx_0 = \begin{pmatrix} 12 \\ -6 \end{pmatrix}$

$$X_1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}, F(X_1) = 91.8$$

второй шаг практически приводит в точку безусловного минимума

$$X_2 = \begin{pmatrix} 10,15 \\ 5,07 \end{pmatrix}, F(X_2) = 75.08.$$

Метод штрафной функции

Для учета ограничения при решении задачи условной минимизации в недопустимой области в ЦФ добавляется функция штрафа

$$Sh = c \cdot \varphi^2$$

таким образом, фактически осуществляется безусловная минимизация двух видов функции обобщенным методом Ньютона. Вид функции зависит от факта нарушения ограничения.

Допустимая область	Недопустимая область
$F \rightarrow \min$	$F_{sh} = F + Sh \rightarrow \min$

Начальная точка $X_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ находится в недопустимой области, поэтому частные производные для вычисления градиента имеют вид:

$$\frac{\partial F_{sh}}{\partial x_1} = 2x_1 + x_2 + 0.02x_1x_2^2 - 30 + 2c(2x_1 - x_2 - 40)$$

$$\frac{\partial F_{sh}}{\partial x_2} = x_1 + 8x_2 + 0.02x_1^2x_2 - 60 - c(2x_1 - x_2 - 40)$$

Выражения для вычисления матрицы Гессе:

$\frac{\partial F_{sh}}{\partial x_1 \partial x_1} = 2 + 0.02x_2^2 + 4c$	$\frac{\partial F_{sh}}{\partial x_1 \partial x_2} = 1 + 0.04x_1x_2 - 2c$
$\frac{\partial F_{sh}}{\partial x_2 \partial x_1} = 1 + 0.04x_2^2 - 2c$	$\frac{\partial F_{sh}}{\partial x_2 \partial x_2} = 8 + 0.02x_1^2 + c$

примем $c = 5$, тогда

$$X_1 = \begin{pmatrix} 21.12 \\ 3.85 \end{pmatrix}, F_{sh}(X_1) = 201.3, \varphi(X_1) = -1.61$$

область недопустима

$$X_2 = \begin{pmatrix} 20.39 \\ 2.09 \end{pmatrix}, F_{sh}(X_2) = 165.5, \varphi(X_2) = -1.39.$$

Итерационная процедура будет сходиться к решению, оставаясь в недопустимой области. Для практических задач небольшое нарушение границ

может быть вполне допустимо, тем не менее, проблема может возникнуть при попадании в допустимую область. В таком случае произойдет отбрасывание штрафа и изменение вида производных ЦФ, что приведет к резкому вбросу в недопустимую область. Для реальных задач большой размерности такие переходы границы на итерациях вполне вероятны. Предположим, что точка $X_1 = \begin{pmatrix} 21.12 \\ 3.85 \end{pmatrix}$ все же соответствует допустимой области, тогда $dX_1 = \begin{pmatrix} -12.83 \\ 1.67 \end{pmatrix}$, и следующий шаг без учета штрафа приведет в точку

$$X'_2 = \begin{pmatrix} 8.29 \\ 5.52 \end{pmatrix}, F_{sh}(X'_2) = 4.27 \cdot 10^3, \varphi(X'_2) = -28.96.$$

Такие «прыжки», связанные с фактической подменой ЦФ (с учетом и без учета штрафа), могут значительно снизить скорость сходимости итерационного процесса, а в некоторых случаях даже привести к её отсутствию. Для преодоления этой проблемы, а также улучшения сходимости необходимо контролировать шаг приращения переменных, чтобы не зайти слишком «далеко» в недопустимую область. Такая методика получила название метода по параметру.

Метод по параметру

Идея метода заключается в вычислении оптимального шага, для этого по выбранному направлению необходимо рассчитать значение ЦФ в трех равноудаленных точках, эти точки однозначно определяют параболу, для которой определяется точка её минимума, это расстояние и будет оптимальным шагом в выбранном направлении.

Оставив в силе предположение о принадлежности точки $X_1 = \begin{pmatrix} 21.12 \\ 3.5 \end{pmatrix}$ к допустимой области и двигаясь по направлению $dX_1 = \begin{pmatrix} -12.83 \\ 1.67 \end{pmatrix}$, вычисляются 3 точки

$X_1 = \begin{pmatrix} 21.12 \\ 3.85 \end{pmatrix}$	$F_p^0 = F(X_1) = 188.3$
$X'_2 = \begin{pmatrix} 8.29 \\ 5.52 \end{pmatrix}$	$F_p^1 = F_{sh}(X'_2) = 4.27 \cdot 10^3$
$X'_3 = \begin{pmatrix} -4.55 \\ 7.20 \end{pmatrix}$	$F_p^2 = F_{sh}(X'_3) = 1.62 \cdot 10^4$

Обозначим длину шага $q = 1$ тогда для точек 0, 1, 2 можно составить систему уравнений, описывающих параболу

$$\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = F_p^0 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = F_p^1 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = F_p^2 \end{cases}$$

$$\text{откуда } a = \frac{1}{2}(F_p^2 - 2F_p^1 + F_p^0), \quad b = \frac{1}{2}(4F_p^1 - F_p^2 - 3F_p^0).$$

Минимум параболы достигается в точке $ax + b = 0$, $x = -b/2a$, значит $q_{\text{опт}} = -b/2a$

$$q_{\text{опт}} = -0.023.$$

Теперь, двигаясь из точки $X_1 = \begin{pmatrix} 21.12 \\ 3.85 \end{pmatrix}$ с оптимальным шагом $q_{\text{опт}}$, получим точку

$$X_2 = X_1 + q_{\text{опт}} dX_1$$

$$X_2 = \begin{pmatrix} 21.41 \\ 3.82 \end{pmatrix}, F_{sh}(X_2) = 198.8, \varphi(X_2) = -0.99.$$

Представленные способы учета ограничений относятся к классу *методов внешней точки*. К их достоинствам можно отнести относительную простоту восприятия и отсутствие роста размерности задачи, свойственные методу внутренней точки, рассмотренному далее. Тем не менее, для практических задач большой размерности при наличии множества ограничений смена видов ЦФ и её производных (даже с выбором оптимального шага) может негативным образом сказаться на сходимости. Для более точного выдерживания ограничений возникает необходимость адаптивного пересчета весового коэффициента штрафной функции и изменения границ (здесь не рассмотренных), что требует использования некоторых эмпирических значений в расчетах.

Метод внутренней точки

Ограничение $\varphi(x_1, x_2) = 2x_1 - x_2 - 40 > 0$ является функциональным, в таком случае необходимо ввести новую переменную φ_1 , связанную с этим ограничением. Такая связь осуществляется введением дополнительного ограничения в виде равенства

$$\Delta\varphi_1(x_1, x_2, \varphi_1) = \varphi_1 - (2x_1 - x_2 - 40) = 0$$

ограничение $\varphi(x_1, x_2) > 0$ теперь можно наложить на переменную $\varphi_1 > \varphi_1^{\min}$, где $\varphi_1^{\min} = 0$.

Ограничение в виде неравенства в МВТ представляется в виде равенства с дополнительной переменной s , характеризующей удаленность переменной φ_1 от границы

$$g(\varphi_1, s_1^{min}) = -\varphi_1 + \varphi_1^{min} + s_1^{min} = 0.$$

Для учета ограничений в виде равенства составляется функция Лагранжа

$$L = x_1^2 + x_1x_2 + 4x_2^2 + 0.01(x_1x_2)^2 - 30x_1 - 60x_2 + 400 + \\ + \lambda_1(\varphi_1 - (2x_1 - x_2 - 40)) + \lambda_2(-\varphi_1 + \varphi_1^{min} + s_1^{min}) - \\ - \mu(\lambda_2, s_1^{min}) \cdot \ln(s_1^{min}),$$

где $\mu(\lambda_2, s_1^{min}) = 0.2(\lambda_2 \cdot s_1^{min})$ – центрирующий параметр в МВТ, он входит в ЦФ как константа, пересчитываемая на каждой итерации, поэтому производные по λ_2, s_1^{min} для него не берутся. Выражение $\ln(s_1^{min})$ обуславливает необходимость выдерживания ограничения $s_1^{min} > 0$ на всем процессе расчета, а вместе с ним и $\lambda_2 > 0$ для обеспечения $\mu(\lambda_2, s_1^{min}) \cdot \ln(s_1^{min}) < 0$ и гарантирования положительного значения штрафа вблизи границ.

L в функциональном виде:

$$L(x_1, x_2, \varphi_1, \lambda_1, \lambda_2, s_1^{min}) = F(x_1, x_2) + \lambda_1 \cdot \Delta\varphi_1(x_1, x_2, \varphi_1) + \\ + \lambda_2 \cdot g\varphi_1(\varphi_1, s_1^{min}) - \mu(\lambda_2, s_1^{min}) \cdot \ln(s_1^{min}).$$

Для минимизации функции Лагранжа необходимо приравнять частные производные по всем переменным к 0 и решить полученную систему уравнений

$$\nabla F = \begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = 2x_1 + x_2 + 0.02x_1x_2^2 - 30 - 2\lambda_1 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = x_1 + 8x_2 + 0.02x_1^2x_2 - 60 + \lambda_1 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \varphi_1} = \lambda_1 - \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = \varphi_1 - (2x_1 - x_2 - 40) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = -\varphi_1 + \varphi_1^{min} + s_1^{min} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial s_1^{min}} = \lambda_2 s_1^{min} - \mu(\lambda_2, s_1^{min}) = 0 \end{cases}$$

Решение осуществляется обобщенным методом Ньютона, для этого необходимо составить матрицу частных производных для системы уравнений (или матрицу Гессе для исходной функции)

$$G = \begin{pmatrix} \frac{\partial L}{\partial x_1 x_1} & \cdots & \frac{\partial L}{\partial x_1 s_1^{min}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial L}{\partial s_1^{min} x_1} & \cdots & \frac{\partial L}{\partial s_1^{min} s_1^{min}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.02x_2^2 + 2 & 0.04x_1x_2 + 1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0.04x_1x_2 + 1 & 0.02x_1^2 + 8 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \lambda_2 \end{pmatrix}.$$

Начальное приближение должны выбираться из условия неотрицательности переменных λ_2, s_1^{min} . Пусть

$$X_0 = \begin{pmatrix} x_{10} \\ x_{20} \\ \varphi_{10} \\ \lambda_{10} \\ \lambda_{20} \\ s_1^{min} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$$

заметим, что исходная точка в координатах x_1, x_2 не обязательно должна находиться в допустимой области. В задаче фактическими ограничениями являются $s_1^{min} > 0$ и $\lambda_2 > 0$, а так же $\lambda_1 \neq 0$ из условия невырожденности матрицы J .

Рекуррентное соотношение

$$dx = G^{-1} \cdot -\nabla F$$

в точке X_0

$$\nabla F = \begin{pmatrix} -50 \\ -50 \\ 0 \\ 40 \\ 10 \\ 80 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$$

тогда

$$dx_0 = \begin{pmatrix} 22.76 \\ 3.47 \\ 2.05 \\ -0.51 \\ -0.51 \\ -7.95 \end{pmatrix}$$

Теперь необходимо определить длины шага для основных переменных α^p и переменных множителей Лагранжа α^d , такие, чтобы приращение переменных ds_1^{min} и $d\lambda_2$ по модулю не было больше чем значения переменных на итерации для гарантированного сохранения их положительного знака, для этого

$$\alpha^p = \min \left[\frac{s_{10}^{min}}{1,1 \cdot |\Delta s_{10}^{min}|}, 0,99995 \right],$$

$$\alpha^p = \min \left[\frac{10}{1,1 \cdot |-7.949|}, 0,99995 \right],$$

$$\alpha^p = \min[1.144, 0,99995],$$

$$\alpha^p = 0.99995$$

$$\alpha^d = \min \left[\frac{\lambda_{20}}{1,1 \cdot |\Delta \lambda_{20}|}, 0,99995 \right],$$

$$\alpha^d = \min \left[\frac{10}{1,1 \cdot |-0.506|}, 0,99995 \right],$$

$$\alpha^d = \min[17.955, 0,99995],$$

$$\alpha^d = 0.99995$$

В ИТОГЕ:

$$X_1 = X_0 + \begin{pmatrix} a_p \cdot dx_{10} \\ a_p \cdot dx_{20} \\ a_p \cdot d\varphi_{10} \\ a_d \cdot d\lambda_{10} \\ a_d \cdot d\lambda_{20} \\ a_p \cdot ds_{10}^{min} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22.76 \\ 3.47 \\ 2.05 \\ 9.49 \\ 9.49 \\ 2.05 \end{pmatrix} \nabla F(X_1) = \begin{pmatrix} 5.47 \\ 35.92 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 15.58 \end{pmatrix}.$$

Аналогично после второй итерации $\alpha^p = 0.99995$, $\alpha^d = 0.99995$

$$dx_1 = \begin{pmatrix} -1.47 \\ -1.51 \\ -1.42 \\ -2.05 \\ -2.05 \\ -1.43 \end{pmatrix} X_2 = X_1 + \begin{pmatrix} a_p \cdot dx_{11} \\ a_p \cdot dx_{21} \\ a_p \cdot d\varphi_{11} \\ a_d \cdot d\lambda_{11} \\ a_d \cdot d\lambda_{21} \\ a_p \cdot ds_{11}^{min} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21.29 \\ 1.96 \\ 0.63 \\ 7.44 \\ 7.44 \\ 0.63 \end{pmatrix} \nabla F(X_2) = \begin{pmatrix} 1.28 \\ 2.11 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3.73 \end{pmatrix}.$$

Сходимость методов внешней и внутренней точки для рассматриваемого примера представлена на рисунке П.3.

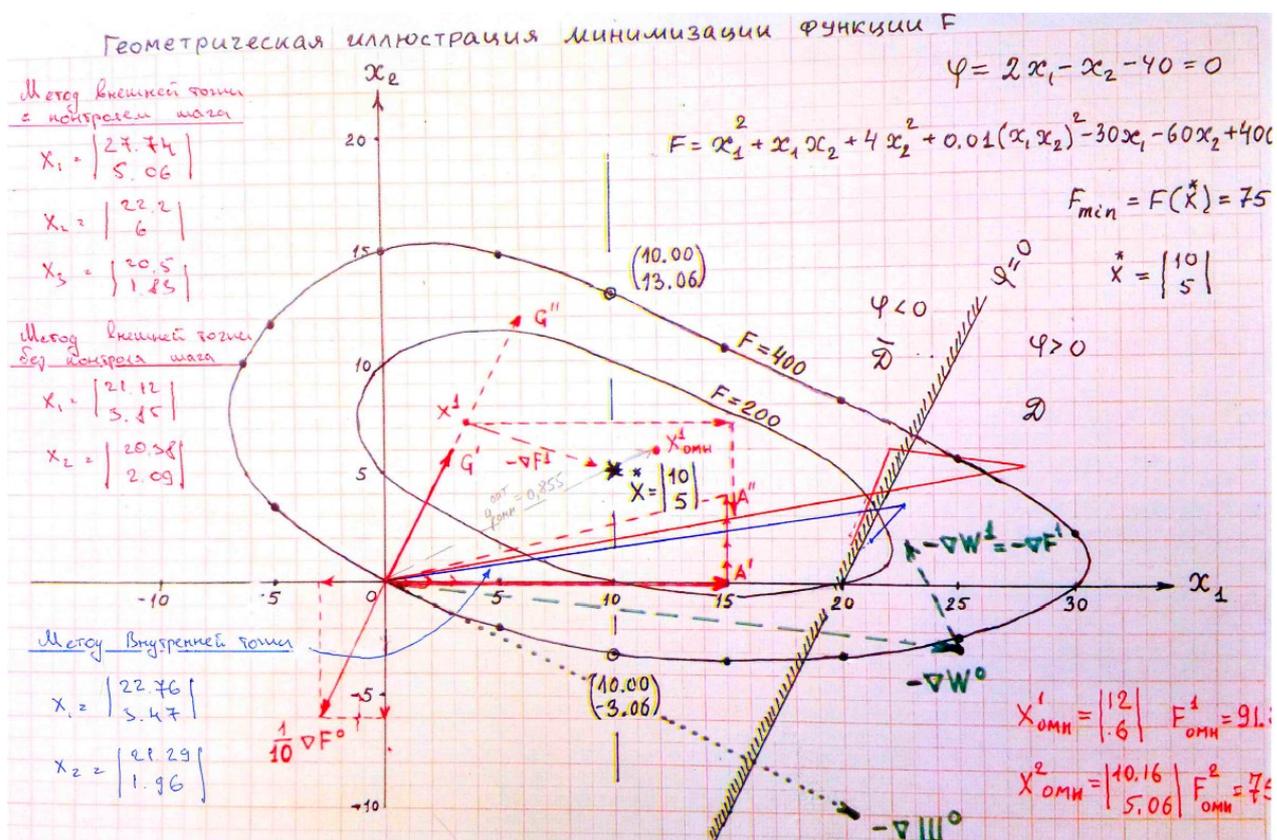


Рисунок П.3 – Сходимость методов внешней и внутренней точки.

Выводы представлены в разделе 2.9 основного текста диссертации.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Акт готовности ПО ВРДО к вводу в промышленную эксплуатацию

УТВЕРЖДАЮ

Директор по управлению режимами ЕЭС –
главный диспетчер ОАО «СО ЕЭС»

 С.А. Павлушко

«22» сентября 2011 г.

А К Т

готовности программного обеспечения EMS-приложения –
«Модуль «Ввод режима в допустимую область»
к вводу в промышленную эксплуатацию
в исполнительном аппарате ОАО «СО ЕЭС»

Комиссия в исполнительном аппарате ОАО «СО ЕЭС» по анализу результатов и подведению итогов опытной эксплуатации программного обеспечения EMS-приложения – «Модуль «Ввод режима в допустимую область» (далее комиссия) в составе:

- | | |
|-----------------|--|
| Павлушко С.А. | - директор по управлению режимами ЕЭС – главный диспетчер, председатель комиссии; |
| Михайленко А.Ф. | - начальник Службы электрических режимов; |
| Козырев Д.А. | - начальник Службы оперативной эксплуатации; |
| Гуревич А.Ю. | - ведущий эксперт отдела информационной безопасности Департамента обеспечения безопасности; |
| Макаров С.А. | - ведущий специалист отдела адаптации АСДУ Службы эксплуатации и адаптации АСДУ; |
| Васильева Е.Г. | - главный специалист отдела методологии и сопровождения режимных задач Службы электрических режимов; |
| Репина Е.А. | - ведущий специалист отдела оптимизации режимов и общесистемных задач Службы электрических режимов; |
| Паршин Я.И. | - специалист 1 категории отдела оптимизации режимов и общесистемных задач Службы электрических режимов; |
| Качур С.И. | - специалист 1 категории отдела устойчивости и противоаварийной автоматики Службы электрических режимов. |

в соответствии с приказом ОАО «СО ЕЭС» от 15.09.2011 № 273 «О проведении опытной эксплуатации программного обеспечения EMS-

приложения – «Модуль «Ввод режима в допустимую область» проанализировала результаты и подвела итоги опытной эксплуатации программного обеспечения EMS-приложения – «Модуль «Ввод режима в допустимую область» (далее – ПО «ВРДО»), разработанного ОАО «НИИПТ» по договору от 15.12.2009 № ОД 09/07 в соответствии с техническим заданием.

Во время опытной эксплуатации была проведена проверка следующих функциональных возможностей ПО «ВРДО»:

- характеристики ПО «ВРДО» в соответствии с заявленными функциями;
- корректность отображения информации в ПО «ВРДО»;
- ввод и коррекция исходных данных средствами ПО «ВРДО»;
- подготовка исходных данных для расчета путем импорта из файлов различных форматов;
- синхронизация ПО «ВРДО» с оперативно-информационным комплексом и программным комплексом «Космос»;
- контроль допустимых границ параметров;
- ввод режима в допустимую область с жесткими и мягкими ограничениями на различные параметры режима с помощью различных управляющих воздействий;
- функция отображения изменений после ввода режима в допустимую область;
- работа с последовательностью режимов;
- уточненные модели трехобмоточных трансформаторов и автотрансформаторов;
- учет ограничений на допустимый ток статора и ротора в модели генератора.

Регистрация сведений о сбоях, отказах, изменениях параметров ПО «ВРДО» проводилась в Рабочем журнале опытной эксплуатации программного обеспечения EMS-приложения – «Модуль «Ввод режима в допустимую область» в исполнительном аппарате ОАО «СО ЕЭС» (приложение 2).

Замечания комиссии:

Во время опытной эксплуатации выявлены ошибки в реализованных функциональных возможностях. Перечень замечаний к ПО «ВРДО» представлен в приложении 1 к настоящему Акту.

Решение комиссии:

По результатам проведения опытной эксплуатации принято решение о готовности программного обеспечения EMS-приложения – «Модуль «Ввод режима в допустимую область» к вводу в промышленную эксплуатацию после выполнения доработок, устраняющих выявленные недостатки. Согласно дополнительному соглашению №2 к договору от 15.12.2009 № ОД 09/07, от 23.11.2011, по результатам проведенной опытной

2

эксплуатации необходим выпуск версии III ПО «ВРДО», с проведением для нее полного цикла испытаний.

Члены комиссии:

Михайленко А.Ф.



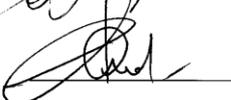
Начальник службы электрических режимов;

Козырев Д.А.



Начальник Службы оперативной эксплуатации;

Гуревич А. Ю.



Ведущий эксперт -
Главный специалист отдела
информационной безопасности
Департамента обеспечения
безопасности;

Макаров С.А.



Ведущий специалист отдела
адаптации АСДУ Службы
эксплуатации и адаптации АСДУ;

Васильева Е.Г.



Главный специалист отдела
методологии и сопровождения
режимных задач Службы
электрических режимов;

Репина Е.А.



Ведущий специалист отдела
оптимизации режимов и
общесистемных задач Службы
электрических режимов;

Паршин Я.И.



Специалист 1 категории отдела
оптимизации режимов и
общесистемных задач Службы
электрических режимов;

Качур С.И.



Специалист 1 категории отдела
устойчивости и противоаварийной
автоматики Службы электрических
режимов.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Параметры схемы замещения сети тестируемой модели ОС

Таблица П.3.1 – «Таблица Узлы»

Тип	Номер	Название	U_ном	Район	P_н	Q_н	P_г	Q_г	V_зд	Q_min	Q_max	B_ш	V	Delta
Ген	499	Ген1	500	5			444	0	500		100		513,86	-2,04
Нагр	10	Наг5	500	5	255	148							508,73	-4,69
База	54	БУ	524	2			2173,7	124,7			3000		515,52	
Нагр	198	Наг9	500	2	630	470							491,3	11,44
Нагр	409	Наг1	220	1	190	80							248,88	-3,46
Нагр	73	Наг2	220	1	480	600							222,93	-6,97
Нагр	63	Наг4	220	1	220	150							234,07	-1,69
Нагр	255	Наг6	500	4	180	170							502,12	-1,18
Ген	248	Ген2	500	3	10	268	600	150	515	-500	800		501,47	-0,68
Ген	429	Ген3	500	3	509	250	200	150	500		300	640	500,82	-2,56
Нагр	58	Наг3	220	1	200	126							236,29	-5,3
Нагр	60	Наг7	500	2	10	23					400		512,6	-4,29
Нагр	114	Наг8	500	2	700	168					400		500,72	11,92

Таблица П.3.2 – Таблица «Ветви»

Тип	N_нач	N_кон	Название	R	X	B	Kт/r
ЛЭП	499	10	Ген1 - Наг5	5	55	-650	
ЛЭП	10	54	Наг5 - БУ	5	58	-725	
ЛЭП	54	198	БУ - Наг9	6	70	-890	
ЛЭП	499	255	Ген1 - Наг6	9	88	-1100	
ЛЭП	255	248	Наг6 - Ген2	1	10	-130	
ЛЭП	248	429	Ген2 - Ген3	2	22	-280	
ЛЭП	429	60	Ген3 - Наг7	8	117	-1569	
ЛЭП	60	114	Наг7 - Наг8	4	56	-710	
ЛЭП	54	60	БУ - Наг7	2	26	-329	
ЛЭП	198	114	Наг9 - Наг8	2	16	-218	
Тр-р	499	409	Ген1 - Наг1		25		0,49
Тр-р	10	73	Наг5 - Наг2		26		0,46
Тр-р	54	63	БУ - Наг4	1	26		0,46
Тр-р	60	58	Наг7 - Наг3		29		0,47
ЛЭП	409	73	Наг1 - Наг2	15	87	-600	
ЛЭП	409	58	Наг1 - Наг3	22	135	-1000	
ЛЭП	73	58	Наг2 - Наг3	5	35	-400	
ЛЭП	58	63	Наг3 - Наг4	7	40	-400	
ЛЭП	10	60	Наг5 - Наг7	4	51	-640	