Эпигруппой называется полугруппа S, в которой некоторая степень каждого элемента является *групповым элементом*, т. е. принадлежит некоторой подгруппе в S. Класс эпигрупп весьма широк. Он включает в себя, в частности, все *периодические* полугруппы и все *вполне регулярные* полугруппы.

Эпигруппы естественно рассматривать как *унарные полугруппы*, т. е. полугруппы с дополнительной унарной операцией, которая вводится следующим образом. Пусть S — эпигруппа. Если e — идемпотент из S, то через G_e обозначается максимальная подгруппа в S, для которой e является единицей, а через K_e — множество всех элементов из S, некоторая степень которых принадлежит G_e. По определению эпигруппы, для всякого элемента $x \in S$ существует идемпотент x^ω такой, что $x \in K_{x^\omega}$. Хорошо известно, что идемпотент x^ω определен однозначно и $xx^\omega = x^\omega x \in G_{x^\omega}$. Обозначим через $\overline{x}$ элемент, обратный к xx^ω в группе G_{x^ω}. Отображение $x \longmapsto \overline{x}$ и есть упомянутая выше унарная операция на эпигруппе S. Элемент $\overline{x}$ называется *псевдообратным* к x. Всюду в дальнейшем, говоря об эпигруппах, мы будем рассматривать их как алгебры в сигнатуре, состоящей из операций умножения и псевдообращения. Это позволяет, в частности, говорить о многообразиях эпигрупп как алгебр в указанной сигнатуре.

Идея рассмотрения эпигрупп в русле теории многообразий была предложена Л.Н.Шевриным. В частности, им поставлена задача описания многообразий эпигрупп с модулярной решеткой подмногообразий. Решение этой задачи, полученное Б.М.Верниковым, М.В.Волковым, В.Ю.Шапрынским и автором; полное изложение этого результата готовится к печати. Найдена также существенная информация о многообразиях эпигрупп с дистрибутивной решеткой подмногообразий, близкая к их описанию по модулю многообразий групп. Следующим естественным шагом является исследование специальных элементов различных типов в решетке многообразий эпигрупп.

Напомним, что элемент x решетки L называется

$$\begin{array}{lll} \textit{модулярным}, \text{ если} & \forall\, y, z \in L: & y \le z \longrightarrow (x \vee y) \wedge z = (x \wedge z) \vee y; \\ \textit{нижнемодулярным}, \text{ если} & \forall\, y, z \in L: & x \le y \longrightarrow x \vee (y \wedge z) = y \wedge (x \vee z); \end{array}$$

нейтральным, если для всех $y, z \in L$ подрешетка, порожденная элементами x, y и z, дистрибутивна. Верхнемодулярные элементы определяются двойственно к нижнемодулярным элементам соотвественно.

Чтобы сформулировать основной результат работы, нам понадобятся некоторые определения и обозначения. Через $\mathcal{T}$, $\mathcal{Z}M$ и $\mathcal{SL}$ будем обозначать тривиальное многообразие, многообразие полугрупп с нулевым умножением и многообразие полурешеток. Многообразия, задаваемые тождествами вида $w = 0$, называются 0-*приведенными*.

Основным результатом работы является

Теорема 0.1. *Многообразие эпигрупп $\mathcal{V}$ нижнемодулярно тогда и только тогда, когда $\mathcal{V} = \mathcal{M} \vee \mathcal{N}$, где $\mathcal{M}$ одно из многообразий $\mathcal{T}$ или $\mathcal{SL}$ и $\mathcal{N}$ является 0-приведенным многообразием.*